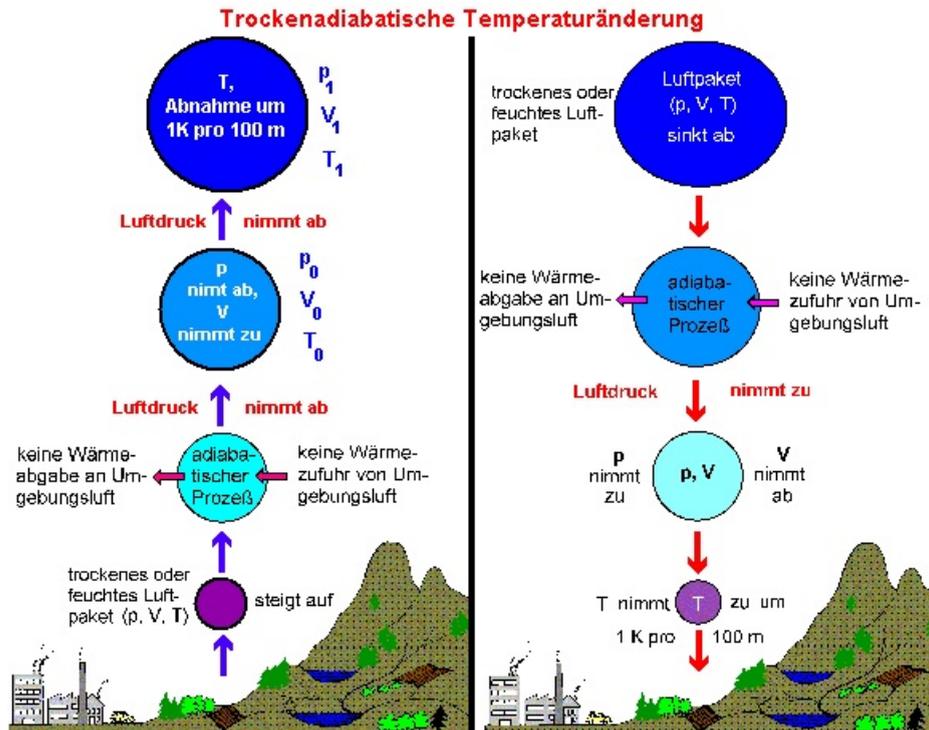


Wolkenschnüffler



Aeorologie



Grundlagen der Thermodynamik und Vorgangskurven im Stüvedigramm

Michael F. H. Krutina

Stand: Juni 2009

D:\Webseite\Deckblätter\Thermodynamik Dynamik Webseite.wpg

Inhaltsverzeichnis

	Seitenzahl
1. Allgemeines	1
2. Thermodynamische Größen	3
2.1 Wärme	4
2.1.1 Wärmemenge Q	4
2.1.2 Wärmekapazität C	4
2.1.3 Spezifische Wärmekapazität c	5
2.1.4 Individuelle Gaskonstante R_i	6
2.1.5 Latente Wärme L	6
2.2 Zustandsgleichung eines idealen Gases	7
3. Erster Hauptsatz der Thermodynamik	9
3.1 Allgemeines	9
3.1.1 Innere Energie U	9
3.1.2 Mechanische Arbeit W	10
3.1.3 Erster Hauptsatz und innere Energie U	11
3.2 Anwendungen des 1. Hauptsatzes	12
3.2.1 Isotherme Prozesse	12
3.2.2 Isochore Prozesse	13
3.2.3 Isobare Prozesse	13
3.2.4 Adiabatische Prozesse	14
4. Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik	16
4.1 Allgemeines	16
4.1.1 Ablaufrichtung von Prozessen	17
4.1.1.1 Reversible Prozesse	18
4.1.1.2 Irreversible Prozesse	18
4.1.2 Wahrscheinlichkeit des Ablaufes von Prozessen	18
4.2 Entropie	19
4.2.1 Allgemeines	19
4.2.2 Beispiel einer Entropiebestimmung	20
4.2.3 Entropie und 2. Hauptsatz	22
4.2.4 Isentroper Prozess	22
5. Vorgangskurven der Diagramme Stüve und $T, \log p$	24
5.1 Trockenadiabaten	25
5.1.1 Poissonsche Gleichung	25
5.1.2 Trockenadiabatischer Temperaturgradient γ_d	26
5.1.3 Potentielle Temperatur Θ	27
5.1.3.1 Gleichung und Definition	27
5.1.3.2 Potentielle Temperatur Θ und spezifische Entropie s	28
5.1.4 Trockenadiabaten im Stüvediagramm	28

5.2	Sättigungsmischungsverhältnisses r_w	29
5.3	Feucht- oder Sättigungsadiabaten	31
5.3.1	Irreversibler feuchtadiabatischer Prozess	32
5.3.1.1	Pseudo-(äquivalent)-potentielle Temperatur Θ_{ps}	33
5.3.1.2	Feuchtadiabatischer Temperaturgradient γ_w	34
5.3.2	Reversibler feuchtadiabatischer Prozess	35
5.3.2.1	Feuchtpotentielle Temperatur Θ_{sw}	36
5.3.2.2	Feuchtadiabaten im T, log p-Diagramm	37
6.	Gleichungen des Stüvedigramms	38
6.1	Trockenadiabaten	38
6.2	Feuchtadiabaten	38
6.3	Linien gleichen Sättigungsmischungsverhältnis	39
6.4	Virtueller Temperaturzuschlag	40
6.5	ICAO-Standardatmosphäre	40
6.5.1	Berechnung des Luftdruckes	40
6.5.2	Berechnung der Lufttemperatur	41
	Literaturverzeichnis	42

Verwendete Abkürzungen für Abbildungen, Formeln und Tabellen

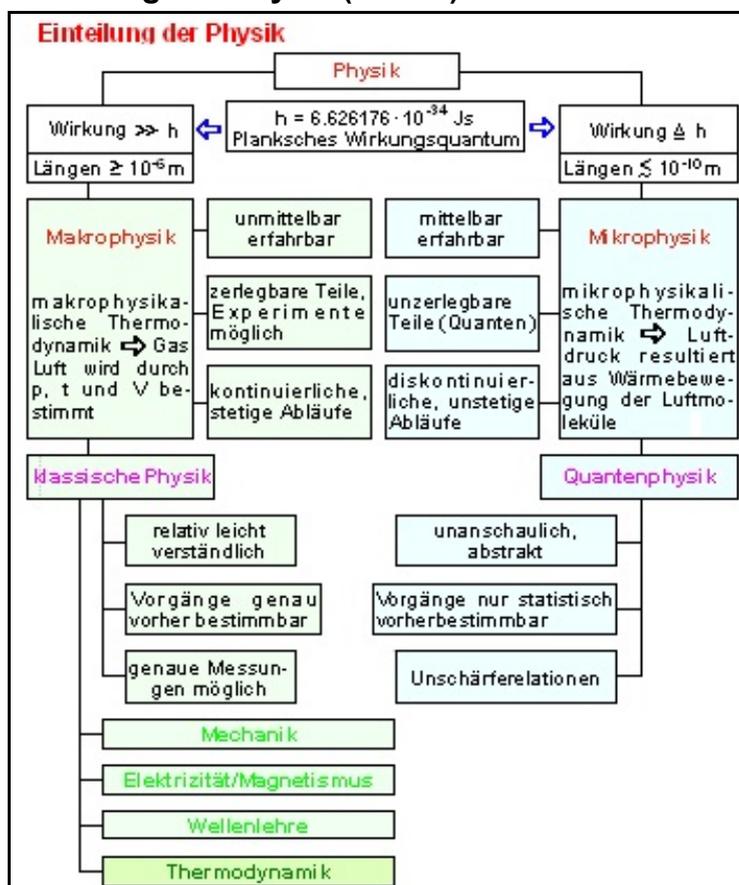
- Abb. : Abbildung
- Form. : Formel
- Tab. : Tabelle

1. Allgemeines

Der Mensch als denkendes, interaktives Lebewesen agiert in einer dreidimensionalen Welt und jedes Objekt (z.B. Gegenstand, Person), das er bewusst erlebt, hat seinen Platz in Raum und Zeit. Mit Hilfe der Physik kann er die räum- und zeitlichen Beziehungen von Gegenständen, die er wahrnimmt, in seine Weltauffassung integrieren. Um die Objekte dieser Welt jedoch auch physikalisch beschreiben und wirklichkeitsgetreu mathematisch abbilden zu können, muss die Kausalität, der Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung, bekannt sein. Allerdings kann der Mensch viele physikalische Abläufe nicht wahrnehmen, weil sie in zeit- und räumlichen Dimensionen ablaufen, die für ihn nicht mehr unmittelbar sichtbar und erfahrbar sind und ein Verhalten zeigen, das nicht mehr vollständig vorher bestimmbar ist. Diesen Unterschieden entsprechend lässt sich die Physik in die beiden Bereiche der Makro- und Mikrophysik gliedern.

Das Prinzip dieser Einteilung basiert auf der Wirkung (Wirkung = Energie · Zeit), die in Relation zum Planckschen Wirkungsquantum h ($h = 6.626176 \cdot 10^{-34}$ Js), einer universellen physikalischen Konstante, gesetzt wird.

Einteilung der Physik (Abb. 1)



Die Physik lässt sich in die zwei Bereiche der Makro- und Mikrophysik gliedern. Das Prinzip dieser Einteilung basiert auf der Wirkung, dem Produkt aus Energie und Zeit, die in Relation zum Planckschen Wirkungsquantum h ($h = 6.626176 \cdot 10^{-34}$ Js), einer universellen physikalischen Konstante, gesetzt wird. Sind die Wirkungen im Vergleich zu h sehr groß (\gg), dann handelt es sich um Vorgänge in der Makrophysik, befinden sie sich jedoch etwa in der Größenordnung des Planckschen Wirkungsquantums h (Δ), dann liegen mikrophysikalische Prozesse vor. Die Makrophysik setzt sich damit mit Erscheinungen im lichtmikroskopischen Bereich (Längen in der Größenordnung von über 10^{-6} m) auseinander, während die Mikrophysik sich mit Phänomenen in der atomaren und subatomaren Skala (Längen von weniger als 10^{-10} m) beschäftigt.

Sind die Wirkungen im Vergleich zu h sehr groß (\gg), dann handelt es sich um Vorgänge in der Makrophysik, befinden sie sich jedoch etwa in der Größenordnung des Planckschen Wirkungsquantums h (Δ), dann liegen mikrophysikalische Prozesse vor. Die Makrophysik setzt sich damit mit Erscheinungen im lichtmikroskopischen Bereich (Längen in der Größenordnung von $\geq 10^{-6}$ m) auseinander, während die Mikrophysik sich mit Phänomenen in der atomaren und subatomaren Skala (Längen in der Größenordnung von $\leq 10^{-10}$ m) beschäftigt.

Die Makrophysik oder klassische Physik gliedert sich in die vier Hauptgebiete Mechanik, Elektrizität/Magnetismus, Wellenlehre und Thermodynamik. Der letzte Begriff wurde früher als Wärmelehre bezeichnet und umfasst die physikalischen Erscheinungen, bei denen die Temperatur eine wichtige zusätzliche Zustandsgröße darstellt. Dieser Zweig ist unmittelbar erfahrbar und befasst sich mit Vorgängen, die in kleinere Segmente auflösbar sind, die anschließend einzeln mit Hilfe von analytischen Experimenten untersucht werden können. Die hier stattfindenden Prozesse sind genau vorher bestimmbar (deterministisch), laufen kontinuierlich und stetig ab und erlauben es, die zeitliche Entwicklung exakt zu verfolgen und zu messen.

Wird ein thermodynamisches System (s. Tab. 1) - wie z.B. eine kleinere Menge von Luft, meteorologisch Luftpaket genannt, das eine ungefähre Ausdehnung von mehreren Hektometern aufweist - makrophysikalisch in Augenschein genommen, dann lässt es sich mit einer geringen Anzahl von makroskopischen Größen beschreiben. Dazu gehören Zustandsgrößen (z.B. Druck p , Volumen V), Zustandsgleichungen (z.B. die individuelle Gasgleichung trockener Luft) und Zustandsfunktionen (z.B. die innere Energie U und Entropie S), die alle nur vom Anfangs- und Endzustand des Luftpakets abhängen. Weil während des Übergangs vom Anfangs- zum Endzustand oft unterschiedliche Wechselwirkungen mit der Umgebung auftreten, unterscheidet man zwischen offenen, geschlossenen, abgeschlossenen oder adiabaten Systemen (s. Tab. 1).

Ein offenes System ist dabei über seine Grenzen zur Umgebung hinweg durchlässig für Arbeit W (z.B. mechanische Arbeit), Masse m und Wärme Q . Das geschlossene System lässt nur Arbeit W und Wärme Q hindurch und ein abgeschlossenes zeigt sich undurchdringlich für Masse m , Wärme Q und Arbeit W . Bei einem adiabaten System findet lediglich ein Austausch von mechanischer Arbeit W , aber nicht von Wärme Q und Masse m statt. Dazu gehört das weiter oben angesprochene Luftpaket, wenn es in der Troposphäre Vertikalbewegungen ausführt.

Thermodynamische Systeme (Tab. 1)

Bezeichnung	Systemgrenze zur Umgebung ist	Beispiele
offen	durchlässig für Wärmeenergie Q , Arbeit W und Masse m	Gasturbine
geschlossen	durchlässig für Wärmeenergie Q und Arbeit W	Warmwasserheizung, geschlossener Kühlschrank
abgeschlossen	undurchlässig für Wärmeenergie Q , Arbeit W und Masse m	verschlossenes Thermogefäß
adiabat	undurchlässig für Wärmeenergie Q und Masse m , aber durchlässig für Arbeit W	rasche Kompression in einem Motor

System

Teil einer aus der Umgebung herausgelösten wärmetechnischen Anlage

Die Mikro- oder Quantenphysik dagegen ist abstrakt und entzieht sich der Anschaulichkeit, weil es sich hier grundsätzlich um nicht teilbare, kleinste Partikel, Quanten genannt (z.B. Photonen, Elektronen) handelt. Ort und Geschwindigkeit so eines Teilchens können nur innerhalb bestimmter Unschärfen genau ermittelt werden, da durch die Messung der einen Größe die andere so beeinflusst wird, dass sie nicht mehr exakt bestimmbar ist. Die hier ablaufenden Vorgänge gehorchen deshalb einer statistischen Gesetzmäßigkeit. Betrachtet man thermodynamische Abläufe mikrophysikalisch, so lassen sich die makroskopischen Systemeigenschaften auf die Wechselwirkungen der Systembestandteile (Atome, Moleküle) zurückführen und mit den statistischen Methoden der klassischen Mechanik bzw. Quantenphysik darstellen.

2. Thermodynamische Größen

Um die Messwerte der meteorologischen Parameter, die täglich mehrfach durch Radiosondenaufstiege gewonnen werden, in der meteorologischen Praxis anschaulich darstellen und rasch auswerten zu können, wurden spezielle thermodynamische Diagrammpapiere entwickelt, in die sie eingetragen werden. Diese Diagrammpapiere beinhalten Kurvenscharen, Vorgangskurven genannt, mit denen sich einige der für die Wetteranalyse und -vorhersage wesentlichen troposphärischen thermodynamischen Prozesse erkennen und nachvollziehen lassen. Die zum Verständnis dieser Vorgangskurven notwendigen Grundbegriffe - thermodynamische Zustandsgrößen, -gleichungen, und -funktionen - werden in den nächsten Kapiteln näher erläutert.

2.1 Wärme

2.1.1 Wärmemenge Q

Wärme, eine besondere Form der Energie, weist - wie die Arbeit - die Einheit Joule (J) auf.

Einheit der Wärme (Form. 1)

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N m} = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$$

$$1 \text{ J} = 1 \text{ W s}$$

N : Newton; $1 \text{ N} = 1 \text{ kg m s}^{-2}$

W : Watt; $1 \text{ W} = 1 \text{ N m s}^{-1}$

Wird einem Festkörper oder einer Flüssigkeit Wärme zugeführt, so steigt seine Temperatur, sofern kein Phasenübergang (s. 2.1.5) eintritt. Um die Temperatur T eines Systems um ΔT zu erhöhen, muss die Wärmemenge ΔQ zugeführt werden, die der Temperaturänderung ΔT proportional ist ($\Delta Q \sim \Delta T$). Wird die Proportionalitätskonstante C eingeführt - die Wärmekapazität -, so ergibt sich die Gleichung der Wärmemenge Q (s. Form. 2).

Wärmemenge Q (Form. 2)

$$\Delta Q = C \Delta T$$

Q : Wärmemenge [J]; $\Delta Q > 0$ \Leftrightarrow Wärmezufuhr; $\Delta Q < 0$ \Leftrightarrow Wärmeentzug
 Δ \Leftrightarrow Differenzenquotient

C : Wärmekapazität (Proportionalitätskonstante) [J K^{-1}]

T : Temperatur [K]; $\Delta T > 0$ \Leftrightarrow Temperaturzunahme; $\Delta T < 0$ \Leftrightarrow Temperaturabnahme

Bei Wärmezufuhr ($+\Delta Q$) steigt die Temperatur ($+\Delta T$) des Körpers und bei Wärmeentzug ($-\Delta Q$) nimmt sie ($-\Delta T$) ab.

2.1.2 Wärmekapazität C

Unter der Wärmekapazität C versteht man die Wärmemenge Q , die erforderlich ist, um die Temperatur T eines homogenen Körpers um 1 K zu erhöhen. C ist abhängig von der Art des Stoffes, aus dem der Körper besteht, von der Stoffmenge und der Temperatur, kann aber bei kleinen Temperaturintervallen als konstant angesehen werden.

Wärmekapazität C (Form. 3)

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

C : Wärmekapazität [J K^{-1}]

Q : Wärmemenge [J]

T : Temperatur [K]

2.1.3 Spezifische Wärmekapazität c

Als spezifische Wärmekapazität c eines Stoffes wird die auf die Masse m bezogene Wärmekapazität C bezeichnet.

Spezifische Wärmekapazität c (Form. 4)

$$c = \frac{C}{m}$$

c : Spezifische Wärmekapazität [$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$]

C : Wärmekapazität [J K^{-1}]

m : Masse [kg]

Die spezifische Wärmekapazität c hängt davon ab, ob die Erwärmung eines Körpers bei konstantem Druck oder konstantem Volumen erfolgte.

Bei festen und flüssigen Stoffen ist dieser Unterschied gering, so dass er meteorologisch vernachlässigt werden kann, für Gase jedoch ergeben sich zwei verschiedene spezifische Wärmekapazitäten:

- c_{iv} spezifische Wärmekapazität eines Gases bei konstantem Volumen
- c_{ip} spezifische Wärmekapazität eines Gases bei konstantem Druck.

Beispiele für c (Tab. 2)

Stoff	Spezifische Wärmekapazität c [$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$] bei 0 °C und 1013.25 hPa
Wasser	4186.8
trockene Luft (s. S. 31. Tab. 6)	$c_p = 1005$ bei konstantem Druck
	$c_v = 718$ bei konstantem Volumen

Wird einem Gas bei konstantem Druck p die Wärmemenge Q zugeführt, so dehnt es sich aus und leistet dabei Ausdehnungsarbeit.

Die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck c_{ip} ist damit immer größer als die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen c_{iv} .

2.1.4 Individuelle Gaskonstante R_i

Die individuelle Gaskonstante R_i ist der Teil der Wärmemenge Q , der einem Gas mit der Masse von 1 kg bei einer Erwärmung um ein Kelvin und bei konstantem Druck zusätzlich zugeführt werden muss, um die zur Volumenvergrößerung notwendige Ausdehnungsarbeit W gegen den äußeren Luftdruck p zu leisten.

Jedes Gas besitzt eine eigene, individuelle Gaskonstante R_i (s. auch 2.2, S. 7).

Individuelle Gaskonstante R_i (Form. 5)

$$R_i = c_{ip} - c_{iv}$$

R_i : Individuelle Gaskonstante, für jedes Gas unterschiedlich hoch;
trockene Luft $R_d = 287.05 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$

c_{ip} : Spezifische Wärmekapazität eines idealen Gases (s. 2.2) bei konstantem Druck [$\text{J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$]

c_{iv} : Spezifische Wärmekapazität eines idealen Gases (s. 2.2) bei konstantem Volumen [$\text{J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$]

2.1.5 Latente Wärme L

Die Wärmemenge, die bei konstanter Temperatur und konstantem Druck für einen Aggregatzustandswechsel des Wassers benötigt bzw. dabei freigesetzt wird, heißt latente Wärme. Um 1 Gramm flüssiges Wasser bei $t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ und einem Luftdruck von $p = 1013.25 \text{ hPa}$ zu verdunsten, benötigt man 2501 Joule (s. Form. 6). Diese Wärmemenge wird dann wieder bei der Kondensation des Wasserdampfes freigesetzt.

Latente Wärme L (Form. 6)

$$L = 2501 - 2.33 \cdot t \text{ [kJ kg}^{-1}\text{]}$$

L : Latente Wärmemenge für Verdunstung/Kondensation bei einem Luftdruck von 1013.25 hPa [kJ kg^{-1}]

t : Temperatur [$^\circ\text{C}$]

Eine einfache Rechnung mit Hilfe der Formel der Hubarbeit zeigt, dass mit der Wärmemenge von 2501 J ein Körper mit der Masse von 25 kg in eine Höhe von 10 m gehoben werden kann (s. Form. 7).

Jedes Jahr verdunsten etwa 423000 km^3 Wasser (361000 km^3 von den Meeren und 62000 km^3 von den Kontinenten). Die für diesen Prozess notwendige Wärmemenge von ca. $104 \cdot 10^{19} \text{ kJ}$ entspricht etwa der Energiemenge, die bei der Verbrennung von annähernd $3.5 \cdot 10^{13}$ Tonnen Koks oder $2.5 \cdot 10^{16}$ Liter Heizöl jährlich freigesetzt wird.

Beispiel für die Größenordnung latenter Wärme (Form. 7)

$$W = F_G h = m g h$$

$$m = \frac{W}{g h} = \frac{2501}{9.81 \cdot 10} \left[\frac{J \ s^2}{m^2} \right]$$

$$m = 25.5 \left[\frac{N \ m \ s^2}{m^2} \right] = 25.5 \left[\frac{kg \ m^2 \ s^2}{s^2 \ m^2} \right]$$

$$m = 25.5 \ kg$$

- W : Hubarbeit [J]
- F_G : Gewichtskraft [N]
- h : Höhe [m]
- m : Masse [kg]
- g : Erdbeschleunigung [m s⁻²]

Eingesetzte Werte

- W = 2501 J
- g = 9.81 m s⁻²
- h = 10 m

2.2 Zustandsgleichung eines idealen Gases

Der Zustand eines Gases ist durch die Größen Druck p, Volumen V und Temperatur T gekennzeichnet. Für ein ideales Gas gilt dann die nachfolgende Zustandsgleichung, die sogenannte Allgemeine Gasgleichung, aus der sich dann die individuelle Gasgleichung für ein spezielles Gas und damit auch die für trockene Luft ableiten lässt.

Zustandsgleichungen eines idealen Gases (Form. 8)

$$p V_{mol} = R^* T \quad \text{Allgemeine Gasgleichung}$$

$$p \frac{V}{v} = R_i \frac{m}{v} T$$

$$p V = m R_i T \quad \text{Individuelle Gasgleichung}$$

$$p \frac{V}{m} = R_i T; \quad p v = R_i T; \quad \frac{p}{\rho} = R_i T$$

$$\frac{p}{\rho_d} = R_d T \quad \text{Gasgleichung von trockener Luft}$$

- p : Druck [Pa]
- V_{mol} : Molvolumen; V_{mol} = V v⁻¹ [m³ mol⁻¹];
V_{mol} = 22.4 l mol⁻¹ (bei 1013.25 hPa,
T = 273.15 K)
- v : Stoffmenge [mol]
- R* : Universelle Gaskonstante; R* = R_i M;
R* = 8.31 J kg⁻¹ mol⁻¹
- T : Temperatur [K]
- M : Molare Masse; M = m v⁻¹ [kg mol⁻¹]
- m : Masse [kg]
- V : Volumen [m³]
- R_i : Individuelle Gaskonstante [J K⁻¹ kg⁻¹]
- v : Spezifisches Volumen [m³ kg⁻¹];
v = V m⁻¹ und v = ρ⁻¹
- ρ : Dichte des Gases [kg m⁻³]
- R_d : Gaskonstante trockener Luft [J K⁻¹ kg⁻¹]
- ρ_d : Dichte von trockener Luft [kg m⁻³]

T ist die Temperatur, die mit Hilfe eines Gasthermometers gemessen wurde. Der Nullpunkt dieser Skala ist der absolute Nullpunkt; 0 K entspricht -273.15 °C.

Ideale Gase sind - vereinfacht ausgedrückt - Gase, bei denen die gegenseitigen Anziehungskräfte der Moleküle vernachlässigbar klein sind.

Viele Gase verhalten sich bei nicht zu niedrigen Temperaturen und nicht zu hohen Drucken nahezu wie ideale Gase.

Ideale Gase (Tab. 3)

Ideale Gase

Wärme erscheint uns Menschen als Ausdruck der ungeordneten thermischen Bewegungsenergie der Teilchen (Atome oder Moleküle) eines festen, flüssigen und gasförmigen Stoffes und die Temperatur stellt dabei ein Maß für die Größe der Wärmeenergie dar.

Weil die mittlere Molekularbewegung eines Gases der absoluten Temperatur T proportional ist, nimmt die Geschwindigkeit der Moleküle bei einer Erwärmung des Gases zu. Mit der Temperatur wächst dabei auch das Produkt aus Druck p und Volumen V .

Ein Gas wird als ideales Gas bezeichnet, wenn dieses Produkt aus Druck p und Volumen V bei unveränderter Temperatur konstant bleibt. Dieser Zusammenhang wird als Gesetz von Boyle-Mariotte bezeichnet.

Gesetz von Boyle-Mariotte (Form. 9)

$$p V = \textit{konstant}$$

$$T = \textit{konstant und } v = \textit{konstant}$$

In einer idealen Gasmenge bleibt bei gegebener Temperatur T und konstanter Stoffmenge v das Produkt aus Druck p und Volumen V konstant.

$$p_0 V_0 = p_1 V_1$$

T : Temperatur [K]

v : Stoffmenge [mol]

V : Volumen [m³]

p : Druck [Pa]

V_0 : Anfangsvolumen [m³]

V_1 : Endvolumen [m³]

p_0 : Anfangsdruck [Pa]

p_1 : Enddruck [Pa]

Der französische Physiker Gay-Lussac (1778 - 1850) stellte fest, dass bei konstantem Druck p das Volumen V eines idealen Gases nur noch eine Funktion der Temperatur T ist. Der Raumausdehnungskoeffizient γ hat dabei für alle idealen Gase den gleichen Wert.

Gesetz von Gay-Lussac (Form. 10)

$$V_1 = V_0 (1 + \gamma T) \quad p = \textit{konstant und } n = \textit{konstant}$$

$$\gamma = \frac{1}{273.15 \text{ K}} = 0.003661 \text{ K}^{-1}$$

V_1 : Volumen [m³] bei gegebener Temperatur T ; $V_1 = V_0 + \Delta V$

V_0 : Anfangsvolumen (bei 273.15 K oder $t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$) [m³]

γ : Raumausdehnungskoeffizient [K⁻¹]

T : Temperatur [K] des Gases

Als ideale Gase können - bei den in der Troposphäre herrschenden Druck- und Temperaturverhältnissen - die Hauptbestandteile der Luft, also Stickstoff, Sauerstoff und Argon und damit auch das Gasgemisch Luft betrachtet werden.

Vom meteorologischen Standpunkt aus betrachtet können bei den in der Troposphäre herrschenden Druck- und Temperaturverhältnissen die Hauptbestandteile der Luft, also Stickstoff und Sauerstoff, als ideale Gase angenommen werden. Diese Aussage gilt ebenfalls für den für das Wetter so bedeutenden ungesättigten Wasserdampf und damit auch für ein feuchtes oder ungesättigtes Luftpaket, das aus einem Gasgemisch von trockener Luft und ungesättigtem Wasserdampf besteht (s. auch Tab. 6).

3. Erster Hauptsatz der Thermodynamik

3.1 Allgemeines

1847 publizierte H. v. Helmholtz (1821 - 1894) den ersten Hauptsatz der Thermodynamik, der außer mechanischer Energie und Wärmeenergie auch alle anderen Energie-formen - z.B. mechanische, elektrische, magnetische und chemische Energie - umfasst. Dieser sogenannte Energieerhaltungssatz besagt, dass Energie weder aus dem Nichts entstehen noch verloren gehen kann, sondern nur in andere Formen umwandelbar ist. Die Konstruktion einer Maschine, die ständig Arbeit leistet, ohne gleichzeitig Energie aufzunehmen, Perpetuum mobile erster Art genannt, ist deshalb unmöglich.

1. Hauptsatz : In einem abgeschlossenen System (s. Tab. 1) bleibt der Gesamtbeitrag der Energie konstant. Innerhalb des Systems können die verschiedenen Energieformen ineinander umgewandelt werden.

3.1.1 Innere Energie U

Die innere Energie U, der gesamte Energieinhalt eines Gases, besteht bei einem nicht strömenden Gas aus der thermischen Bewegungsenergie der Gasmoleküle, der für den molekularen Zusammenhalt der Atome verantwortlichen chemischen Energie und der elektrischen Energie, der Energie der elektrischen Ladungen innerhalb der Atome. Weil die chemische oder elektrische Energie eines Gases im Vergleich zur mittleren kinetischen Energie klein ist, können sie bei meteorologischen Betrachtungen des Gases Luft vernachlässigt werden. Der gesamte Energiegehalt eines hinreichend idealen Gases entspricht damit der thermischen Energie, die auf der ungeordneten Bewegung der Teilchen beruht und nach Lord Kelvin als innere Energie U bezeichnet wird. U als mittlere kinetische Bewegungsenergie der Teilchen ist der absoluten Temperatur T proportional (s. Form. 11).

Die innere Energie U ist eine Größe, die nur vom augenblicklichen Zustand des Systems abhängig ist, nicht aber davon, wie das System in diesen Zustand gelangt und lässt sich lediglich ändern, wenn z.B. über die Systemgrenzen hinweg Wärme Q oder auch mechanische Arbeit W mit der Umgebung ausgetauscht wird.

Innere Energie U eines Luftpaketes (Form. 11)

$$\Delta U = c_v \Delta T$$

oder

$$\Delta U = (c_p - R_d) \Delta T$$

ΔU : Änderung der inneren Energie eines Luftpaketes [J]

$\Delta U > 0$ ☞ Zunahme von U

$\Delta U < 0$ ☞ Abnahme von U

c_p : Spezifische Wärmekapazität trockener Luft bei konstantem Druck [J K⁻¹ kg⁻¹]

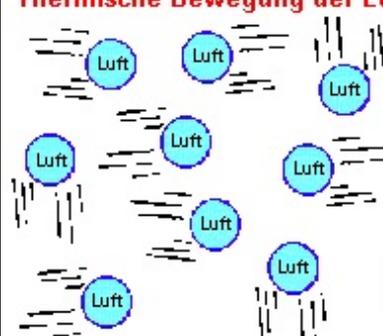
c_v : Spezifische Wärmekapazität trockener Luft bei konstantem Volumen [J K⁻¹ kg⁻¹]

ΔT : Änderung der Temperatur [K]

R_d : Individuelle Gaskonstante trockener Luft [J K⁻¹ kg⁻¹]; $R_i = c_p - c_v$

Innere Energie U (Abb. 2)

Thermische Bewegung der Luftmoleküle



$\Delta U = (c_p - R_d) \Delta T$	ΔU : Änderung der inneren Energie c_p : spezifische Wärmekapazität für trockene Luft R_d : individuelle Gaskonstante für trockene Luft ΔT : Änderung der absoluten Temperatur
bei $T = 273.15 \text{ K}$ beträgt v_m etwa 485 m s^{-1}	T : Absolute Temperatur [K] v_m : Mittlere Geschwindigkeit der Luftmoleküle

Der gesamte Energiegehalt eines hinreichend idealen Gases entspricht in der Meteorologie der thermischen Energie, die auf der ungeordneten Bewegung der Teilchen beruht und nach Kelvin als innere Energie U bezeichnet wird. U als

mittlere kinetische Bewegungsenergie der Teilchen ist der absoluten Temperatur T proportional (s. Form. 11).

3.1.2 Mechanische Arbeit W

Zur Vereinfachung der komplexen atmosphärischen Vorgänge wird nun eine geringe Menge von Luft betrachtet, die als ein ideales Gas angesehen und als Luftpaket oder -quantum bezeichnet wird. Dieses Luftpaket soll jetzt mechanische Arbeit W an seiner Umgebung vollbringen bzw. sein Umfeld Arbeit W an ihm verrichten. Dehnt es sich aus, so leistet es Arbeit W an seiner Umgebung und wird es komprimiert, dann wird Arbeit an ihm verrichtet. Das Vorzeichen dieser mechanischen Arbeit W wird dabei wie folgt festgelegt:

- $\Delta W < 0$ ☞ Ausdehnung des Luftpaketes; Arbeit wird an seiner Umgebung geleistet.
- $\Delta W > 0$ ☞ Kompression des Luftpaketes; Arbeit wird an dem Luftpaket verrichtet.

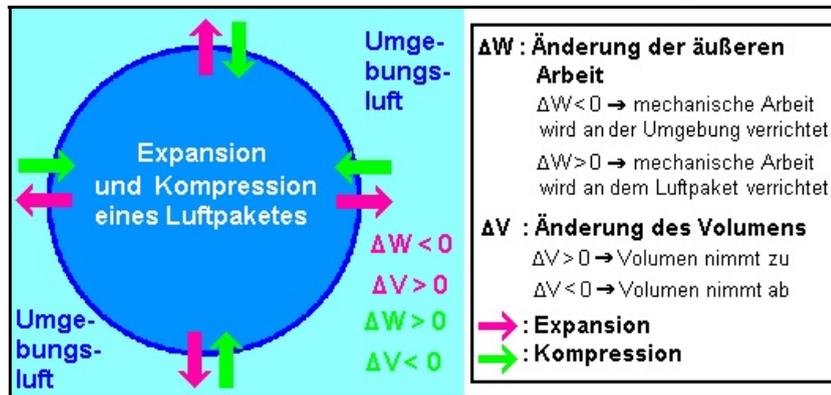
Bei konstantem Druck p gilt dann für die Änderung der mechanischen Arbeit W die Beziehung nach Formel 12. Expandiert ein Luftquantum bei konstantem äußeren Luftdruck p, verrichtet es mechanische Arbeit an der Umgebung, so dass ΔW negativ und ΔV positiv wird. Bei Kompression eines Luftquantums dagegen ist ΔW positiv und ΔV negativ.

Mechanische Arbeit W (Form. 12)

$$\Delta W = - p \cdot \Delta V$$

ΔW : Änderung der mechanischen Arbeit [J]; $\Delta W < 0$ ⇨ Ausdehnung,
 $\Delta W > 0$ ⇨ Kompression des Luftpaketes
 p : Luftdruck [Pa]
 ΔV : Änderung des Volumens [m³]; $\Delta V > 0$ ⇨ Vergrößerung,
 $\Delta V < 0$ ⇨ Abnahme des Volumens

Mechanische Arbeit W bei Volumenänderung eines Luftpaketes (Abb. 3)



Expandiert ein Luftquantum bei konstantem äußeren Luftdruck p, verrichtet es mechanische Arbeit an der Umgebung, so dass ΔW negativ und ΔV positiv wird. Bei Kompression eines Luftquantums dagegen ist ΔW positiv und ΔV negativ.

3.1.3 Erster Hauptsatz und innere Energie U

Wird der erste Hauptsatz der Thermodynamik mit Hilfe der physikalischen Größen Wärme Q und Arbeit W und der abgeleiteten Zustandsgröße der inneren Energie U ausgedrückt und in die abstrakte und funktionelle Sprache der Mathematik gebracht, so gilt:

Erster Hauptsatz der Thermodynamik in der Formelsprache (Form. 13)

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

ΔU : Änderung der inneren Energie U [J]
 ΔQ : Änderung der Wärme Q [J]
 ΔW : Änderung der mechanischen Arbeit [J]

Der erste Hauptsatz besagt dann, dass die einem geschlossenen System von außen zugeführten Wärmemenge ΔQ und der ihm von außen zugeführten mechanischen Arbeit ΔW gleich der Zunahme seiner inneren Energie ΔU ist. Energie kann nicht verloren gehen und den gesamten Energieinhalt eines Systems stellt die innere Energie U dar. Die Energie eines geschlossenen Systems lässt sich daher nur durch Energiezufuhr von außen oder durch Energieabgabe nach außen verändern.

Wird also diesem System Energie zugeführt, muss die Endenergie gleich der Summe von Anfangsenergie und Energiezufuhr sein. Bei einer Energieabgabe entspricht die Endenergie der Differenz von Anfangsenergie und Energieabgabe.

3.2 Anwendungen des 1. Hauptsatzes

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik und die Zustandsgleichung für ideale Gase ermöglichen es, die thermodynamischen Vorgänge, die man mit einem hinreichend idealen Gas - also auch mit einem ungesättigten Luftpaket - ausführen kann, genauer zu beschreiben. Wird bei solchen Vorgängen jeweils eine der Zustandsgrößen Druck p , Volumen V , Temperatur T oder Wärme Q konstant gehalten, ergeben sich vier Fundamentalprozesse.

1. Hauptsatz und Zustandsgleichung eines idealen Gases (Form. 14)

$\Delta Q = \Delta U - \Delta W$	ΔU : Änderung der inneren Energie U [J]
$p V = m R_i T$	ΔQ : Änderung der Wärme Q [J]
	ΔW : Änderung der mechanischen Arbeit [J]
m : Masse [kg]	p : Druck [Pa]
T : Absolute Temperatur [K]	V : Volumen [m^3]
	R_i : Individuelle Gaskonstante [$J K^{-1} kg^{-1}$]

3.2.1 Isotherme Prozesse

Bei isothermen Prozessen sind die Temperatur T und die Stoffmenge n konstant, so dass sich die innere Energie U eines Gases nicht ändert und $\Delta U = 0$ ist.

Wärmezufuhr Q bei konstanter innerer Energie U (Form. 15)

$\Delta Q = \Delta U - \Delta W$	$\Delta U = 0$ ☞ innere Energie U bleibt konstant
$\Delta U = 0$	$\Delta Q > 0$ ☞ Zufuhr von Wärme
$\Delta W = - p \Delta V$	$\Delta V > 0$ ☞ Zunahme des Volumens bei konstantem Druck
$\Delta Q = - \Delta W = p \Delta V$	<i>Die Zustandsgleichung idealer Gase (Form. 8) entspricht bei konstanter Temperatur dem Gesetz von Boyle-Mariotte.</i>

Eine Änderung der Wärmeenergie ΔQ wird damit vollständig in mechanische Arbeit W umgesetzt, so dass sich ein Gas bei Zufuhr der Wärmemenge Q ausdehnt und Arbeit W an der Umgebung verrichtet. Technisch allerdings lassen sich isotherme Zustandsänderungen kaum verwirklichen, weil die Wärmeverluste durch Reibung und ungenügende Isolation meist hoch sind. Aber selbst wenn es gelänge, eine ideale Maschine zu konstruieren, bei der weder Wärme- noch Reibungsverluste aufträten, könnte die gesamte zugeführte Wärmemenge nicht in Arbeit umgewandelt werden (s. Physik ☞ thermodynamischer Wirkungsgrad, Perpetuum mobile).

3.2.2 Isochore Prozesse

Bei isochoren Prozessen sind das Volumen V und die Stoffmenge n konstant, so dass nach dem 1. Hauptsatz keine mechanische Arbeit W ($\Delta W = 0$) an dem Gas ausgeführt wird.

Wärmezufuhr Q bei konstanter mechanischer Arbeit W (Form. 16)

$$\Delta Q = \Delta U - \Delta W$$

$$\Delta W = 0$$

$$\Delta U = c_{iv} \Delta T$$

$$\Delta W = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{mechanische Arbeit } W \text{ bleibt konstant}$$

$$\Delta Q > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{Zufuhr von Wärme}$$

$$\Delta T > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{Zunahme der Temperatur}$$

Die Zustandsgleichung idealer Gase (Form. 8) entspricht bei konstantem Volumen dem Gesetz von Charles und Gay-Lussac.

$$\Delta Q = \Delta U = c_{iv} \Delta T$$

$$\Delta U : \text{Änderung der inneren Energie } U \text{ [J]}$$

$$\Delta Q : \text{Änderung der Wärme } Q \text{ [J]}$$

ΔW : Änderung der mechanischen Arbeit [J]

c_{iv} : Spezifische Wärmekapazität eines idealen Gases bei konstantem Volumen [$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$]

ΔT : Änderung der Temperatur [K]

Weil bei diesem Vorgang keine mechanische Arbeit W vollbracht wird, dient die Wärmemenge ΔQ bei Wärmezufuhr vollständig der Erhöhung der inneren Energie U des Gases.

3.2.3 Isobare Prozesse

Bei isobaren Prozessen bleiben der Druck p eines Gases und die Stoffmenge n konstant.

Erwärmung eines trockenen Luftpaketes bei konstantem Druck p (Form. 17)

$$\Delta Q = \Delta U - \Delta W$$

$$\Delta U = (c_p - R_d) \Delta T$$

$$\Delta W = -p \Delta V$$

$$\Delta Q = (c_p - R_d) \Delta T + p \Delta V$$

$$\Delta U > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{Zunahme der inneren Energie } U$$

$$\Delta Q > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{Zufuhr von Wärme}$$

$$\Delta T > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{Zunahme der Temperatur}$$

$$\Delta V > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{Zunahme des Volumens}$$

Die Zustandsgleichung idealer Gase (Form. 8) entspricht bei konstantem Druck dem Gesetz von Gay-Lussac

$$R_d : \text{Gaskonstante trockener Luft [J K}^{-1} \text{kg}^{-1}\text{]}$$

c_p : Spezifische Wärmekapazität trockener Luft bei konstantem Druck [$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$]

Wird ein Luftquantum bei konstantem Druck p erwärmt, dann nimmt seine innere Energie U zu, was nach 3.1.1 eine Temperaturerhöhung zur Folge hat, und das Luftpaket expandiert (s. 3.1.2). Isobare Prozesse sind häufig anzutreffen, weil viele in der Natur oder Technik ablaufenden Vorgänge bei konstantem Luftdruck stattfinden. Ein Beispiel dafür ist der Wärmeaustausch der Luft mit der Erdoberfläche durch molekulare, turbulente und latente Wärmetransporte, die als diabatische Vorgänge bezeichnet werden und in der bodennahen Luftschicht ständig zu beobachten sind.

Diabatische thermodynamische Vorgänge (Tab. 4)

Art des diabatischen Prozesses	Erwärmung und Abkühlung durch
latenter Wärmetransport	Kondensation und Verdunstung
molekulare Wärmeleitung	Übertragung der Schwingungsenergien benachbarter Moleküle
turbulente Mischung	Turbulenz und Konvektion
Strahlung	Absorption und Emission

3.2.4 Adiabatische Prozesse

Ein adiabates thermodynamisches System ist dadurch gekennzeichnet (s. Tab. 1), dass über seine Grenzen hinweg ein Austausch von mechanischer Arbeit W , aber nicht von Wärme Q und Masse m stattfindet. Dieser für die Meteorologie so wichtiger adiabatischer Prozess beschreibt damit einen Vorgang, bei dem einem troposphärischen Luftpaket bei Änderung des Umgebungsdruckes weder Wärme Q von außen entzogen noch zugeführt wird. Das Luftquantum ist damit von einer gedachten undurchdringlichen Hülle umgeben, die es theoretisch von seinem Umfeld vollkommen abschottet. Ein latenter Wärmetransport sowie ein Wärmeaustausch mit der Umgebungsluft durch turbulente und molekulare Wärmeleitung muss deshalb ausgeschlossen werden. Auch die in einem Luftpaket enthaltenen Gasanteile dürfen weder Strahlung aufnehmen noch abgeben.

Sauerstoff und Stickstoff, die beiden Hauptbestandteile der Luft, absorbieren und emittieren einen relativ geringfügigen Anteil an kurzwelliger solarer und langwelliger Strahlung der Sonne und Erdoberfläche. Dies trifft jedoch nicht für Wasserdampf und CO_2 im Bereich der terrestrischen Strahlung zu. Weil sich aber Absorption und Emission dieser Gase weitgehend ausgleichen, kann auch dieser Einfluss unberücksichtigt bleiben.

Auch ein Wärmeaustausch des Luftpakets mit der Umgebung lässt sich nicht ausschließen. Zwar ist Luft ein schlechter Wärmeleiter, so dass die molekulare Wärmeleitung im allgemeinen gering ist, aber die turbulente Wärmeleitung erweist sich besonders in der bodennahen Luftschicht als hoch. Weiterhin muss ein Wärmeverlust und -gewinn durch feste oder flüssige Partikel unterbleiben. In der Praxis ist die Bedingung des adiabatischen Prozesses für troposphärische Luft zwar nicht vollständig erfüllt, jedoch ist der Energieaustausch vor allen Dingen in der freien Atmosphäre vernachlässigbar klein. Troposphärische Vorgänge können deshalb bei einer Andauer von etwa maximal einem Tag als adiabatisch angenommen werden, wenn sie mit Vertikalbewegungen verbunden sind.

Der Grund dafür ist, dass horizontale Druckänderungen im Vergleich zu den vertikalen meist sehr klein sind. Das vertikale Druckgefälle in NN beträgt z.B. 1 hPa pro 8 m (vertikaler Druckgradient in Bodennähe) und ein extrem hohes horizontales Druckgefälle, wie es z.B. bei einem Orkantief der Fall sein kann, hat etwa eine Größenordnung von 1 hPa pro 10 km. Deshalb laufen adiabatische Vorgänge in der Troposphäre überwiegend nur in vertikaler Richtung ab. Die Ausnahme stellen Tornados dar, weil bei extrem starken Großtromben ein horizontales Druckgefälle von 1 hPa pro 8 m nicht ungewöhnlich ist.

Bei vertikalen thermodynamischen Vorgängen, die mehr als einen Tag andauern, lassen sich die Strahlungseinflüsse und der Wärmeaustausch mit der Umgebung nicht mehr vernachlässigen, so dass sie nicht mehr als adiabatisch bezeichnet werden können.

Adiabatischer Prozess (Abb. 4)



Ein adiabatischer Prozess (nicht hindurchgehend, undurchdringlich) ist ein Vorgang, bei dem eine gedachte Hülle um ein Luftpaket keine Wärme Q und Masse m hindurch lässt, so dass dem Luftquantum von außen weder Wärme Q entzogen noch zugeführt wird. Auf troposphärische Verhältnisse bezogen bedeutet dieser Vorgang, dass die in einem Luftpaket enthaltenen Gase weder Strahlung absorbieren noch emittieren dürfen und ein Wärmeaustausch mit der Umgebungsluft durch turbulente und molekulare Wärmeleitung ebenfalls ausgeschlossen werden muss.

Um den adiabatischen Prozess bei troposphärischen Vertikalbewegungen eines trockenen Luftpaketes (s. Tab. 6) ableiten zu können, wird die Wärmemenge Q im ersten Hauptsatz der Thermodynamik gleich null gesetzt.

Adiabatischer Prozess (Form. 18)

$$\Delta Q = \Delta U - \Delta W$$

$$\Delta Q = 0$$

$$\Delta U = \Delta W$$

$$\Delta U = (c_p - R_d) \Delta T$$

$$\Delta W = -p \Delta V$$

$$(c_p - R_d) \Delta T = -p \Delta V$$

ΔU : Änderung der inneren Energie [J] eines Luftpaketes

ΔQ : Änderung der Wärmemenge [J]

$\Delta Q = 0$ \Leftrightarrow keine Wärmezufuhr und -abgabe

c_p : Spezifische Wärmekapazität trockener Luft bei konstantem Druck [$J K^{-1} kg^{-1}$]

ΔW : Änderung der mechanischen Arbeit [J]

$\Delta W < 0$ \Leftrightarrow Ausdehnung des Luftpaketes

$\Delta W > 0$ \Leftrightarrow Kompression des Luftpaketes

p : Luftdruck [Pa]

ΔV : Änderung des Volumens [m^3]

$\Delta V > 0$ \Leftrightarrow Vergrößerung des Volumens

$\Delta V < 0$ \Leftrightarrow Abnahme des Volumens

ΔT : Änderung der Temperatur [K]

R_d : Individuelle Gaskonstante trockener Luft [$J K^{-1} kg^{-1}$]

Die Gleichung $\Delta U = \Delta W$ besagt, dass die einem Gase zugeführte oder entzogene mechanische Arbeit W gleich der Zu- bzw. Abnahme seiner inneren Energie U ist. Eine Verringerung der inneren Energie U bedeutet dann eine Temperaturniedrigung und eine Zunahme eine Temperaturerhöhung.

Expandiert also ein Luftpaket oder verrichtet es mechanische Arbeit W an der Umgebung, so führt dies zu einer Abnahme der Temperatur T . Eine Kompression oder Zufuhr von mechanischer Arbeit W dagegen bewirkt eine Erhöhung seiner Temperatur T .

4. Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik

4.1 Allgemeines

Der deutsche Physiker R. Clausius und der Engländer Lord Kelvin formulierten im Jahre 1850 und 1851 den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik.

Zweiter Hauptsatz der Thermodynamik; nach

- **R. Clausius** : *Wärme kann niemals von selbst von einem kälteren auf einen wärmeren Körper übergehen. Ein derartiger Vorgang kann nur durch Zufuhr mechanischer Arbeit erreicht werden.*
- **Lord Kelvin** : *Es gibt keine periodisch arbeitende Maschine, die Wärme aus einer Wärmequelle entnimmt und vollständig in mechanische Arbeit umwandelt.*

Nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik wäre es durchaus möglich, eine Maschine zu bauen, die einem Wärmereservoir, wie zum Beispiel dem Meer, ständig Wärme Q entzieht und diese in mechanische Arbeit W umwandelt.

Die Konstruktion so eines Geräts, das als 'Perpetuum mobile zweiter Art' bezeichnet wird, ist aber nach Kelvin und Clausius ausgeschlossen, weil immer Abwärme an eine Wärmesenke abgegeben werden muss.

Der 2. Hauptsatz kann deshalb auch folgendermaßen ausgedrückt werden:

Ein Perpetuum mobile zweiter Art ist nicht realisierbar.

4.1.1 Ablafrichtung von Prozessen

Die beiden ersten Hauptsätze der Thermodynamik prägen das gesamte Erscheinungsbild der Natur und Technik, wobei der zweite Hauptsatz zusätzlich auch noch die Ablafrichtung von Naturvorgängen festlegt. Betrachtet man nämlich eine Vielzahl von in der Natur, Technik und Haushalt fortschreitenden Prozessen und verfolgt ihre zeitliche Entwicklung, so stellt man fest, dass diese immer nur in einer Richtung fortschreiten (s. 2. Hauptsatz).

Beispiele für einseitige Abläufe

- a) Filmt man den Fall eines Apfels von einem Baum und lässt diese Szene vor Zuschauern rückwärts ablaufen, so führt dies meist zu großer Heiterkeit, weil jedermann aus Erfahrung weiß, dass dieser Vorgang irreversibel ist. Physikalisch gesehen wird die kinetische Energie, die der Apfel beim Auftreffen am Erdboden besitzt, in thermische Energie umgewandelt, so dass sich die Temperatur des Apfels und die der Aufprallregion geringfügig erhöht. Der umgekehrte Ablauf jedoch, bei dem sich ein Apfel spontan abkühlt und aufspringt, ist noch nie beobachtet worden, obwohl dieser Prozess dem 1. Hauptsatz nicht widersprechen würde (s. auch 4.2.2).
- b) Öffnet man eine unter Druck stehende Gasflasche, so verteilen sich die in dem Behälter vorhandenen Gasmoleküle im gesamten zur Verfügung stehenden Raum. Umkehren lässt sich dieser Vorgang jedoch nicht.
- c) Werden zwei Körper mit unterschiedlichen Temperaturen miteinander in Berührung gebracht, so stellt man fest, dass der heißere an den kälteren Gegenstand Wärme abgibt, bis ein Temperaturengleich eingetreten ist (s. 2. Hauptsatz der Thermodynamik nach R. Clausius). Dieser Vorgang läuft nur in dieser einen Richtung ab.
- d) Werden von Schornsteinen Schadstoffe in die Atmosphäre gebracht, breitet sich diese Materie so lange durch Diffusion und Turbulenz aus, bis sie gleichmäßig verteilt ist und sich die Gegensätze ausgeglichen haben. Eine Anhäufung der Schadstoffe von alleine erfolgt jedoch nicht.
Als Diffusion wird ein physikalischer Ausgleichsprozess bezeichnet, der bewirkt, dass Teilchen (Atome, Moleküle, Kolloidpartikel) aufgrund ihrer Wärmebewegung auf unregelmäßigen Zickzackwegen von Orten höherer Konzentration zu Plätzen niedriger Konzentration transportiert werden.
- e) Chaotische Kinderzimmer, die von Erziehungsberechtigten immer wieder mühevoll aufgeräumt werden müssen, zeigen meist nach mehr oder minder kurzer Anwesenheitszeit der Sprösslinge erneut ein Tohuwabohu. Der umgekehrte, sich leider noch nie ereignete Vorgang der selbständigen Wiederherstellung der Ordnung dagegen wäre sicherlich eine enorme häusliche Arbeitserleichterung.

Prozesse, die wieder vollständig rückgängig gemacht werden können, werden als reversibel oder umkehrbar bezeichnet und Vorgänge, die von selbst nur in einer Richtung ablaufen, nennt man nicht umkehrbar oder irreversibel.

4.1.1.1 Reversible Prozesse

Reversible Prozesse, d.h. Vorgänge, die wieder vollständig rückgängig gemacht werden können, treten in der Natur und Technik exakt nicht auf, es besteht jedoch bisweilen eine weitgehende Annäherung an die restlose Umkehrbarkeit. Reversible Abläufe stellen daher Grenzfälle irreversibler Vorgänge dar, die mit großer Annäherung umkehrbar sind.

Beispiel

Mechanische Abläufe, die nahezu reibungsfrei und damit faktisch ohne Wärmeentwicklung stattfinden. Wird z.B. der Bandenstoß einer Kugel auf dem Billardtisch gefilmt, so zeigen die Vor- und Rückwärtsprojektionen keine Unterschiede und die ursprüngliche Laufrichtung der Billardkugel ist nicht mehr feststellbar.

4.1.1.2 Irreversible Prozesse

Prozesse, die von selbst nur in einer Richtung ablaufen, nennt man nicht umkehrbar oder irreversibel (s. Beispiele 4.1.1).

Alle sich in der Natur abspielende Ereignisse, in die der Mensch nicht eingreift, sind bei genauerer Betrachtung nicht umkehrbar.

Ein nicht umkehrbarer Prozess kann damit als ein Vorgang definiert werden, der weder von selbst in umgekehrter Richtung verläuft noch mit anderen Hilfsmitteln rückgängig gemacht werden kann, ohne eine Spur in der Umgebung zu hinterlassen.

4.1.2 Wahrscheinlichkeit des Ablaufes von Prozessen

Reversible und irreversible Abläufe in der Natur und Technik lassen sich anschaulich mit dem Begriff der Wahrscheinlichkeit beschreiben.

Bei reversiblen Vorgängen sind Ausgangs- und Endzustand gleich wahrscheinlich. Ein irreversibler Prozess stellt dagegen einen Vorgang dar, der aus dem Übergang von einem Zustand mit geringerer in einen Zustand mit höherer Wahrscheinlichkeit besteht.

Beispiel

Schüttelt man einen Kasten, in dem sich auf der einen Seite nur rote und auf der anderen Seite nur grüne Würfel befinden, so geraten sie sicherlich durcheinander. Es ist anschließend wohl kaum möglich, durch weitere Bewegungen dieses Behälters die Würfel wieder einwandfrei nach ihrer Farbe zu trennen.

Die bevorzugte Entwicklungsrichtung in der Natur verläuft deshalb von einem Zustand höherer in einen Zustand geringerer Ordnung, also von der Struktur zum Chaos (s. 4.1.1, Beispiel e)).

4.2 Entropie

4.2.1 Allgemeines

Der Begriff 'Entropie' stammt aus dem griechischen Sprachraum und bedeutet so viel wie Wendung oder Umkehr. Diese makrophysikalische Größe beschreibt die Zustandsänderung eines thermodynamischen Systems hinsichtlich seiner Wahrscheinlichkeit, seiner Unordnung oder Irreversibilität und ermöglicht es den Naturwissenschaftlern, den Grad der Irreversibilität mathematisch zu erfassen.

Entropie S (Form. 19)

$$S = k \ln P$$

S : Entropie [J K⁻¹]

k : Boltzmann-Konstante (nach L. Boltzmann, 1844 -1906); physikalische Naturkonstante; $k = 1.3806 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

P : Wahrscheinlichkeit, mit der ein bestimmter Zustand eines thermodynamischen Systems realisiert werden kann

Die Entropie S ist um so größer, je höher die Wahrscheinlichkeit P ist, mit welcher der Zustand des thermodynamischen Systems verwirklicht werden kann.

Nun zeigt aber die menschliche Erfahrung, dass bei der Beschreibung von Naturvorgängen besonders die Parameter von Relevanz sind, die bei ihrem Ablauf unverändert bleiben. Deshalb spielt beim Übergang vom Anfangs- in den Endzustand nicht die Entropie S, sondern ihre Änderung dS eine fundamentale Rolle.

Differentialgleichung der Entropie S (Form. 20)

$$dS = k \ln w$$

$$w = \frac{P_2}{P_1}$$

$$dS = k \ln \frac{P_2}{P_1}$$

dS : Änderung der Entropie [J K⁻¹]

k : Boltzmann-Konstante (L. Boltzmann, 1844 -1906); physikalische Naturkonstante; $k = 1.3806 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

w : Thermodynamisches Wahrscheinlichkeitsverhältnis zwischen P₂ und P₁

P₁ : Wahrscheinlichkeit des Anfangszustandes

P₂ : Wahrscheinlichkeit der Besetzung des Endzustandes

Berechnen lässt sich die Entropieänderung dS als Produkt der Boltzmann-Konstante k und dem natürlichen Logarithmus des Wahrscheinlichkeitsverhältnisses w zwischen zwei thermodynamischen Zuständen P_1 und P_2 (s. Form. 20).

Wie bereits angesprochen wurde, verlaufen alle Vorgänge in der Natur und Technik von selbst nur in die Richtung, in der die Wahrscheinlichkeit des neuen Zustandes P_2 größer oder gleich, aber nie kleiner als die des Ausgangszustandes P_1 ist.

Für irreversible Naturprozesse, die immer von einem Status geringerer (P_1) in einen Zustand höherer Wahrscheinlichkeit (P_2) fortschreiten, ergeben sich deshalb aus der Gleichung 20 positive Werte für das Wahrscheinlichkeitsverhältnis w und die Entropieänderung dS , d.h. die Entropie S nimmt zu.

Bei einem reversiblen Prozess dagegen ist $P_1 = P_2$ mit $\ln w = 0$. Daraus folgt, dass $dS = 0$ wird und die Entropie S konstant bleibt.

Die Entropie kann deshalb in einem thermodynamischen System, in das der Mensch nicht eingreift, nur zunehmen oder gleich bleiben, aber nie geringer werden. Letztendlich ist sogar die Entropiezunahme der Motor allen Geschehens, soweit es sich nicht um periodische Wiederholungen stets gleicher Vorgänge handelt.

Für einen reversiblen meteorologischen Vorgang kann die Entropieänderung auch als Quotient aus der Wärmemenge dQ und der Temperatur T ausgedrückt werden.

Entropie S bei einem reversiblen Prozess (Form. 21)

$$dS = \frac{dQ_{rev}}{T}$$

dS : Änderung der Entropie [$J K^{-1}$]

dQ_{rev} : Änderung der Wärmeenergie [J] bei einem reversiblen Prozess

T : Absolute Temperatur [K]

4.2.2 Beispiel einer Entropiebestimmung

In 4.1.1 wurde als Beispiel für den einseitigen Ablauf von Naturvorgängen der Fall eines Apfels von einem Baum angeführt. Die Entropie ermöglicht nun die Berechnung der Eintrittswahrscheinlichkeit w des umgekehrten, noch nie beobachteten Ereignisses, dass sich ein am Erdboden liegender Apfel spontan abkühlt und sich aufwärts bewegt. Der Verlust an thermischer Energie wird dabei in kinetische Energie umgesetzt.

Weil der Apfel sich spontan abkühlen und danach emporspringen soll, muss als erstes die Stärke der Abkühlung aus der Energiebilanz zwischen innerer Energie U und potentieller Energie E_{pot} berechnet werden.

Ausgangswerte (Tab. 5)

Masse des Apfels	$m = 0.15 \text{ kg (150 g)}$
Temperatur des Apfels	$t = 296.15 \text{ K (23 } ^\circ\text{C)}$
Sprunghöhe des Apfels	$h = 0.1 \text{ m (10 cm)}$
Spezifische Wärmekapazität des Apfels	$c_A \approx 0.8 \cdot 10^{-3} \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Weil der Apfel sich spontan abkühlen und danach emporspringen soll, muss als erstes die Stärke der Abkühlung aus der Energiebilanz zwischen innerer Energie U und potentieller Energie E_{pot} berechnet werden.

Abkühlungsrate ΔT des Apfels (Form. 22)

$$m g h = - m c_A \Delta T$$

$$\Delta T = - \frac{g h}{c_A}$$

$$\Delta T \approx - \frac{9.81 \cdot 0.1}{0.8 \cdot 10^3} \left[\frac{m s^{-2} m}{kg m s^{-2} m kg^{-1} K^{-1}} \right]$$

$$\Delta T \approx - 1.22525 \cdot 10^{-3} \text{ K}$$

- ΔE_{pot} : Änderung der potentiellen Energie des Apfels beim Hochspringen; $E_{pot} = m g h$
- ΔU : Änderung der inneren Energie des Apfels durch die spontane Abkühlung; $U = c_A \Delta T$
- m : Masse des Apfels [kg]
- g : Erdbeschleunigung; $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$
- c_A : Spezifische Wärmekapazität des Apfels; $c_A \approx 0.8 \cdot 10^{-3} \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- h : Sprunghöhe des Apfels, $h = 0.1 \text{ m}$
- ΔT : Abkühlungsrate [K] des Apfels

Weil die Abkühlungsrate ΔT des Apfels vernachlässigbar gering ist, kann näherungsweise ein isothermer Vorgang ($\Delta Q = -\Delta W$) angenommen werden.

Dem Apfel wird dann reversibel die Wärmemenge ΔQ bei seiner Temperatur T entzogen. Der sich dadurch gebildete Quotient aus der Wärmemenge ΔQ und der Temperatur T entspricht der Entropieänderung ΔS (s. Form. 21).

Berechnung der Entropieänderung ΔS (Form. 23)

$$\frac{\Delta Q}{T} = - \frac{\Delta W}{T} = \Delta S$$

$$\Delta S = - \frac{m g h}{T} = - \frac{0.15 \cdot 9.81 \cdot 0.1}{296.15} \left[\frac{kg m s^{-2} m}{K} \right]$$

$$\Delta S = -4.96877 \cdot 10^{-4} \text{ J K}^{-1}$$

- ΔQ : Entzogene Wärmemenge
- ΔW : Hubarbeit; $\Delta W = m g h$
- ΔS : Entropieänderung; $\Delta S = \Delta Q T^{-1}$
- T : Temperatur des Apfels; $T = 296.15 \text{ K (23 } ^\circ\text{C)}$

Nach Formel 23 ist die Entropieänderung ΔS negativ, so dass die Entropie S abnimmt. Damit kann das Ereignis eines sich spontan abkühlenden und von selbst empör hüpfenden Apfels im Obstgarten nicht stattfinden (4.2.1).

Wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, dass dieser Vorfall auftritt, lässt sich dann mit der Gleichung der Entropieänderung nach Boltzmann (Form. 20) berechnen (s. Form. 24).

Eintrittswahrscheinlichkeit des emporspringenden Apfels (Form. 24)

$$w = e^{\frac{\Delta S}{k}} = e^{\frac{-4.96877 \cdot 10^{-4}}{1.3806 \cdot 10^{-23}}}$$

$$w = e^{-3.6 \cdot 10^{19}}$$

$$w = \frac{P_2}{P_1} \approx 10^{-10^{19}}$$

ΔS : Änderung der Entropie

k : Boltzmann-Konstante; $k = 1.3806 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

w : Thermodynamisches Wahrscheinlichkeitsverhältnis zwischen P_2 und P_1

P_2 : Eintrittswahrscheinlichkeit des Ereignisses, dass der Apfel sich nach dem Sprung 10 cm über dem Erdboden befindet

P_1 : Eintrittswahrscheinlichkeit des Anfangszustandes; der Apfel liegt auf dem Erdboden

Der Wert des Wahrscheinlichkeitsverhältnisses w zwischen den beiden Zuständen P_2 und P_1 ist praktisch null (s. Form. 24) und zeigt, so dass sich auch statistisch gesehen der Apfel von selbst nicht aufwärts bewegen kann.

4.2.3 Entropie und 2. Hauptsatz

Der 2. Hauptsatz der Thermodynamik lässt sich auch mit Hilfe der physikalischen Größe Entropie S formulieren.

2. Hauptsatz : *In einem abgeschlossenen thermodynamischen System kann die Entropie S niemals abnehmen, sondern sie bleibt bei reversiblen Prozessen konstant und nimmt bei irreversiblen Vorgängen zu.*

Betrachtet man das z.B. das Universum als abgeschlossenes System, dann gilt, dass die Entropie im gesamten Weltall ständig größer wird.

4.2.4 Isentroper Prozess

Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik in Differentialform besagt, dass die Summe der einem geschlossenen System von außen zugeführten Wärmemenge dq und der ihm von außen zugeführten mechanischen Arbeit dw gleich der Zunahme du seiner inneren Energie ist. Die Kleinschreibung der Größen bedeutet, dass sie sich auf die Masseneinheit beziehen.

1. Hauptsatz der Thermodynamik in Differentialform (Form. 25)

$$du = dq + dw$$

du : Änderung der inneren Energie pro Masseneinheit [J kg^{-1}]

dq : Änderung der Wärmemenge pro Masseneinheit [J kg^{-1}]

dw : Änderung der mechanischen Arbeit pro Masseneinheit [J kg^{-1}]

Führt man einem Luftpaket - trockene und ungesättigte Luft kann als ein ideales Gas angesehen werden - die Wärmemenge dq zu ($du > 0$), so steigen seine innere Energie u und seine Temperatur T ($dT > 0$). Gleichzeitig wird aber mechanische Arbeit w an der Umgebung ($dw < 0$) verrichtet, weil das Luftpaket sich ausdehnt ($dv > 0$).

Bei einem Wärmeentzug ($du < 0$) dagegen nimmt die innere Energie u ($du < 0$) sowie die Temperatur T ($dT < 0$) ab. Damit wird mechanische Arbeit w am Luftpaket ($dw > 0$) verrichtet, so dass das spezifische Volumen v geringer wird ($dv < 0$) (s. Form. 26).

1. Hauptsatz bei Änderung der Wärmemenge (Form. 26)

$$dq = du - dw$$

$$du = (c_p - R_d) dT$$

$$dw = - p dv$$

$$dq = (c_p - R_d) dT + p dv$$

du : Änderung der spezifischen inneren Energie [J kg^{-1}]

dq : Änderung der spezifischen Wärme [J kg^{-1}]

dT : Änderung der Temperatur [K]

dv : Änderung des spezifischen Volumens [$\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$]

c_p : Spezifische Wärmekapazität von trockener Luft bei konstantem Druck p [$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$]

p : Druck [Pa]

R_d : Gaskonstante von trockener Luft; $R_d = c_p - c_v$ [$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$]

Aus der individuellen Gasgleichung für trockene Luft (s. S. 31. Tab. 6) wird nun das Differential nach p gebildet (s. Form. 27).

Differentiation der Zustandsgleichung von trockener Luft (Form. 27)

$$p v = R_d T$$

$$\frac{dp}{dp} v + p \frac{dv}{dp} = R_d \frac{dT}{dp}$$

$$v + p \frac{dv}{dp} = R_d \frac{dT}{dp}$$

$$v dp + p dv = R_d dT$$

$$dv = \frac{R_d dT - v dp}{p}$$

Rechenregel: $y' = u' v + u v'$

v : Spezifisches Volumen [$\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$]

p : Druck [Pa]

T : Temperatur [K]

R_d : Individuelle Gaskonstante von trockener Luft [$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$]

Wird jetzt der Term für dv (Form. 27) in die Gleichung des 1. Hauptsatzes (Form. 26) eingefügt, danach das spezifische Volumen v mit Hilfe der Zustandsgleichung von trockener Luft (s. Form. 27) ersetzt und im Anschluss daran die Gleichung durch T dividiert, erhält man die Entropieänderung (s. Form. 20) pro Masseneinheit (s. Form. 28).

Wird einem Luftpaket die Wärmemenge dq zugeführt ($dq > 0$), dann nimmt die spezifische Entropie s zu ($ds > 0$) und umgekehrt (s. Form. 21).

Änderung der spezifischen Entropie s (Form. 28)

$$dq = (c_p - R_d) dT + p \frac{R_d dT - v dp}{p}$$

$$dq = c_p dT - v dp$$

$$dq = c_p dT - R_d T \frac{dp}{p}$$

$$\frac{dq}{T} = c_p \frac{dT}{T} - R_d \frac{dp}{p}$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R_d \frac{dp}{p}$$

- c_p : Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck [$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$]
- dT : Änderung der Temperatur T [K]
- p : Druck [Pa]
- T : Temperatur [K]
- v : Spezifisches Volumen [$\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$]; $v = R_d T/p$
- R_d : Individuelle Gaskonstante von trockener Luft [$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$]
- dq : Änderung der spezifischen Wärme q [J kg^{-1}]
- ds : Änderung der spezifischen Entropie s;
 $ds = dq/T$ [$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$]

Bei einem adiabatischen Prozess dagegen ist $dq = 0$, so dass auch $ds = 0$ und damit die spezifische Entropie s konstant bleibt. Dieser reversible Vorgang (s. Form. 21) heißt 'isentropischer Prozess'. Ein reversibler adiabatischer Prozess ist deshalb auch immer ein isentropischer Ablauf.

Isentropischer Prozess : Vorgang, bei dem die spezifische Entropie s konstant bleibt (gleichzeitig auch ein adiabatisch reversibler Prozess).

In der Meteorologie spielen isentrope Flächen, Areale mit konstanter potentieller Temperatur Θ (s. 5.1.3), eine wichtige Rolle. Bei trockenadiabatischen Bewegungen eines Luftpaketes auf einer isentropen Fläche ändert sich nämlich die potentielle Temperatur Θ nicht.

5. Vorgangskurven der Diagramme Stüve und T, log p

Mit Hilfe von thermodynamischen Diagrammpapieren lassen sich Radiosondenaufstiege graphisch auswerten. Solche Papiere weisen gewöhnlich den Luftdruck als Ordinate und die Lufttemperatur als Abszisse auf. Zusätzlich zeigen sie noch Vorgangskurven, mit denen sich wesentliche meteorologische, in der Troposphäre stattfindende thermodynamische Prozesse im Diagrammpapier nachvollziehen lassen.

Die wohl bekanntesten thermodynamischen Diagrammpapiere, die im DWD verwendet werden, sind das Adiabatenpapier nach G. Stüve oder Stüvediagramm und das T, log p - Diagramm des Geoinformationsdienstes (GeoInfoDBw) der Bundeswehr. Beide Diagrammpapiere enthalten die Vorgangskurven Trocken-, Feuchtadiabaten und Sättigungsmischungsverhältnis.

5.1 Trockenadiabaten

5.1.1 Poissonsche Gleichung

Wird die Änderung der spezifischen Entropie s gleich null gesetzt (s. Form. 28) - bei trockenadiabatischen Prozessen bleibt s konstant (isentropischer Vorgang, $ds = 0$) - und in den Grenzen T_0 bis T sowie p_0 bis p integriert (bestimmtes Integral), erhält man die Gleichung der Trockenadiabaten (s. Form. 29).

Gleichung der Trockenadiabaten (Form. 29)

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R_d \frac{dp}{p} = 0$$

$$\frac{dT}{T} = \frac{R_d}{c_p} \frac{dp}{p}$$

$$\int_{T_0}^T \frac{dT}{T} = \frac{R_d}{c_p} \int_{p_0}^p \frac{dp}{p}$$

$$\ln T - \ln T_0 = \frac{R_d}{c_p} \ln \frac{p}{p_0}$$

$$\ln \frac{T}{T_0} = \ln \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{R_d}{c_p}}$$

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{R_d}{c_p}}$$

c_p : Spezifische Wärmekapazität von trockener Luft bei konstantem Druck [$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$]

R_d : Individuelle Gaskonstante trockener Luft [$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$]

dp : Druckänderung [Pa]

dT : Temperaturänderung [K]

Rechenregel : $n \ln u = \ln u^n$

T : Temperatur des Luftpaketes im Enddruckniveau [K]

T_0 : Temperatur des Luftpaketes im Ausgangsdruckniveau [K]

p_0 : Ausgangsdruckniveau [Pa]

p : Enddruckniveau [Pa]

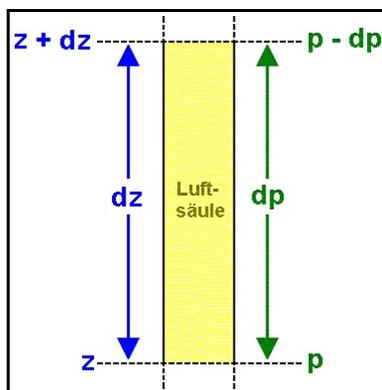
Gleichung wurde entlogarithmiert

Die Adiabatengleichung gibt an, welche Temperatur T ein trockenes Luftpaket mit den Anfangswerten T_0 und p_0 annimmt, wenn es adiabatisch unter den Druck p gebracht wird. Mit dieser Beziehung lässt sich z.B. die vertikale Temperaturänderung eines troposphärischen ungesättigten Luftquantums nachvollziehen, wenn es als Teil der bodennächsten Luftschicht vom sonnenbeschienenen, unterschiedlich aufgeheizten Untergrund stärker erwärmt wird als seine Umgebungsluft, sich dadurch als Thermikblase vom Erdboden löst und wie ein Heißluftballon von ganz alleine aufsteigt. Weil es sich dabei trockenadiabatisch abkühlt, kann bei ausreichender Luftfeuchte der Taupunkt unterschritten werden, so dass Wasserdampfsättigung eintritt. Bei weiterem Aufsteigen kondensiert dann der überschüssige Wasserdampf zu Wolkentropfen. Eine Quellwolke hat sich gebildet.

5.1.2 Trockenadiabatischer Temperaturgradient γ_d

Die vertikale Druckabnahme $-dp$ einer Luftsäule vom Druckniveau p bis $p - dp$ und die Höhenänderung dz von der Höhe z bis $z + dz$ ist durch die statische Grundgleichung gegeben. Weil meteorologische Elemente wie z.B. der Luftdruck p in Raum (x, y, z) und Zeit (t) variieren und sich anschaulich im kartesischen Koordinatensystem, einem Rechtssystem mit den Achsen x, y, z darstellen lassen, wird statt des üblichen Zeichens h für die Höhe der Buchstabe z verwendet.

Vertikale Luftdruckänderung (Abb. 5)



dz : Änderung der Höhe z [m]
 dp : Änderung des Druckes p [Pa]

Die vertikale Druckabnahme $-dp$ einer Luftsäule vom Druckniveau p bis $p - dp$ und die Höhenänderung dz von der Höhe z bis $z + dz$ ist durch die statische Grundgleichung gegeben.

Die Luftdruckabnahme mit der Höhe wird durch ein negatives dp ausgedrückt. Für eine Druckänderung dp im Höhenintervall dz gilt dann die nachstehende Beziehung, die als statische Grundgleichung der Meteorologie bezeichnet wird.

Die Luftdruckabnahme mit der Höhe wird durch ein negatives dp ausgedrückt. Für eine Druckänderung dp im Höhenintervall dz gilt dann die nachstehende Beziehung, die als statische Grundgleichung der Meteorologie bezeichnet wird.

Statische Grundgleichung der Meteorologie (Form. 30)

$$-dp = g \rho dz$$

$-dp$: Vertikale Druckabnahme in der Luftschicht mit der Höhe dz [hPa]
 dz : Änderung der Höhe z [m]
 ρ : Luftdichte [kg m^{-3}]

Der trockenadiabatische Temperaturgradient γ_d lässt sich berechnen, wenn in der Differentialform der Adiabatangleichung (s. Form. 29) die Größen dp und p mit Hilfe der statischen Grundgleichung (Form. 30) und der individuellen Gasgleichung für trockene Luft (s. Form. 8) ersetzt werden (s. Form. 31).

Der trockenadiabatische Temperaturgradient γ_d beträgt 1 K pro 100 m (s. Form.31) und gibt die Temperaturänderung eines trockenen Luftpaketes bei Vertikalbewegungen an. In der aerologischen Praxis kann γ_d jedoch auch für die vertikale Temperaturänderung eines feuchten Luftquantums verwendet werden, weil der Fehler kleiner als 0.1 K ist.

Größe des trockenadiabatischen Temperaturgradienten γ_d (Form. 31)

$$\frac{dT}{T} = \frac{R_d}{c_p} \frac{dp}{p}$$

$$\frac{dT}{T} = -\frac{R_d}{c_p} \left(g \rho_d \frac{dz}{R_d T \rho_d} \right)$$

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{c_p}$$

$$\gamma_d = -\frac{dT}{dz} = 0.009757861 \text{ K m}^{-1}$$

$$\gamma_d \approx 1 \text{ K pro } 100 \text{ m}$$

- dp : Vertikale Druckänderung in der Luftschicht der Höhe dz [Pa]; $dp = -g \rho_d dz$ (s. Form. 30)
- p : Luftdruck [Pa]; $p = R_d T \rho_d$ (s. Form. 8)
- dz : Änderung der Höhe z [m]
- ρ_d : Dichte trockener Luft [kg m^{-3}]
- g : Erdbeschleunigung; $g = 9.80665 \text{ m s}^{-2}$
- c_p : Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck; $c_p = 1005 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$
- R_d : Individuelle Gaskonstante von trockener Luft; $R_d = 287.05 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

5.1.3 Potentielle Temperatur Θ

5.1.3.1 Gleichung und Definition

Löst man die Adiabatengleichung (Form. 29) nach T auf, bezeichnet T mit Theta (Θ) und setzt für $p = 1000 \text{ hPa}$ ein, so ergibt sich die potentielle Temperatur Θ (s. Form. 32).

Potentielle Temperatur Θ (Form. 32)

$$\frac{T}{T_o} = \left(\frac{p}{p_o} \right)^{\frac{R_d}{c_p}}$$

$$\Theta = T_o \left(\frac{1000}{p_o} \right)^{\frac{R_d}{c_p}} \text{ [K]}$$

- Θ : Potentielle Temperatur [K]
- T_o : Ausgangstemperatur des Luftpaketes [K]
- p_o : Ausgangsdruck des Luftpaketes [hPa]
- R_d : Individuelle Gaskonstante für trockene Luft; $R_d = 287.05 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- c_p : Spezifische Wärmekapazität trockener Luft; $c_p = 1005 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Die Gleichung von Θ gilt genau genommen nur für absolut trockene Luft, kann aber mit einem Fehler von weniger als 0.1 K auch für feuchte Luft (s. S. 31. Tab. 6) benutzt werden, sofern der Wasserdampf nicht kondensiert. Die potentielle Temperatur Θ stellt damit die Temperatur dar, die ein trockenes oder feuchtes Luftquantum (s. S. 31. Tab. 6) annimmt, wenn es vom Druck- und Temperaturniveau p_o , T_o trockenadiabatisch auf 1000 hPa gebracht wird.

Potentielle Temperatur Θ : Die Temperatur, die ein trockenes oder feuchtes Luftpaket annimmt, wenn es trockenadiabatisch auf 1000 hPa gebracht wird.

5.1.3.2 Potentielle Temperatur Θ und spezifische Entropie s

Logarithmiert man die Gleichung der potentiellen Temperatur Θ , bringt sie in die Differentialform, ersetzt die Terme $d(\ln p)$ sowie $d(\ln T)$ und multipliziert die Gleichung mit c_p , so erhält man einen Ausdruck für die Änderung der spezifischen Entropie s .

Spezifische Entropie s und potentielle Temperatur Θ (Form. 33)

$$\ln \Theta = \ln T - \frac{R_d}{c_p} \ln p + \frac{R_d}{c_p} \ln 1000$$

Θ : Potentielle Temperatur [K]
 $d\Theta$: Änderung der potentiellen Temperatur [K]

$$d(\ln \Theta) = d(\ln T) - \frac{R_d}{c_p} d(\ln p)$$

$$d(\ln p) = dp/p; \quad d(\ln T) = dT/T$$

$$c_p d(\ln \Theta) = c_p \frac{dT}{T} - R_d \frac{dp}{p} = ds \quad (\text{s. Form. 28})$$

T : Temperatur [K]
 p : Druck [Pa]
 R_d : Individuelle Gaskonstante trockener Luft [$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$]
 c_p : Spezifische Wärmekapazität trockener Luft [$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$]

$$ds = c_p d(\ln \Theta) = c_p \frac{d\Theta}{\Theta}$$

$$d(\ln \Theta) = d\Theta/\Theta$$

$$ds = c_p \frac{d\Theta}{\Theta} = 0$$

ds : Änderung der spezifischen Entropie [$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$]

Ändert sich die spezifische Entropie s , so ändert sich auch die potentielle Temperatur Θ (s. Form. 33). Weil ein trockenadiabatischer Prozess einen isentropen Prozess ($ds = 0$) darstellt, variiert auch die potentielle Temperatur Θ nicht ($d\Theta = 0$). Die potentielle Temperatur Θ bleibt deshalb bei einem trockenadiabatischen Vorgang konstant.

Isentroper Prozess : Vorgang, bei dem die potentielle Temperatur Θ konstant bleibt.

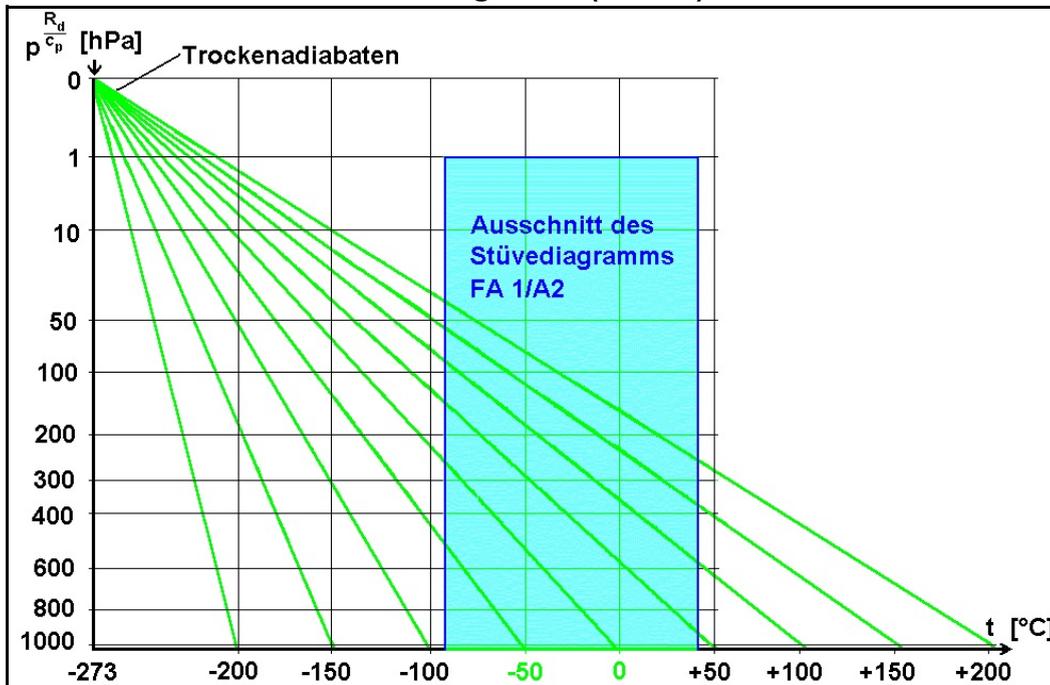
Isentrope Fläche : Fläche konstanter potentieller Temperatur Θ .

5.1.4 Trockenadiabaten im Stüvediagramm

Die Adiabatengleichung (Form. 29) gilt nur für absolut trockene Luft (s. S. 31. Tab. 6), kann aber in der Praxis mit einem Fehler von weniger als 0.1 K auch für feuchte Luft (s. S. 31. Tab. 6) verwendet werden. Trockenadiabaten stellen aufgrund des potentiellen Maßstabes p^κ ($\kappa = R_d \cdot c_p^{-1}$) gerade Linien dar, die sich theoretisch im absoluten Nullpunkt, d.h. bei $p = 0$ hPa und $T = 0$ K, treffen.

Diese in das Stüvedigramm eingedruckte grüne Geraden sind Linien gleicher potentieller Temperatur Θ und geben an, wie sich die Temperatur eines trockenen oder feuchten Luftpaketes bei Vertikalbewegungen ändert.

Trockenadiabaten im Stüvedigramm (Abb. 6)



Trockenadiabaten stellen aufgrund des potentiellen Maßstabes p^{κ} ($\kappa = R_d \cdot c_p^{-1}$) gerade Linien dar, die sich im absoluten Nullpunkt, d.h. bei $p = 0$ hPa und $T = 0$ K, treffen.
Der hellblaue Bereich zeigt den Ausschnitt des Stüvedigramms FA 1/A2 an.

Das Stüvedigramm wird noch in anderen Ausschnitten als im Format 1/A2 herausgegeben, die sich aber nur im Maßstab der Abszisse und Ordinate unterscheiden.

5.2 Sättigungsmischungsverhältnis r_w

Das Sättigungsmischungsverhältnis r_w gibt an, wie viel Gramm Wasserdampf maximal bei gegebener Temperatur und gegebenem Luftdruck mit einem Kilogramm trockener Luft in derselben Volumeneinheit gemischt sein können. Physikalisch lässt sich r_w damit als Verhältnis der Masse des gesättigten Wasserdampfes zur Masse der zugehörigen trockenen Luft in derselben Volumeneinheit darstellen (s. Form. 34).

Sättigungsmischungsverhältnis r_w (Form. 34)

$$r_w = \frac{m_{sw}}{m_d} = \frac{\rho_{sw} V}{\rho_d V} = \frac{\rho_{sw}}{\rho_d} \quad [\text{keine Dimension}]$$

$$\rho_{sw} = \frac{E_w(t)}{R_w T} \left[\frac{N \text{ kg K}}{m^2 \text{ N m K}} \right] \quad \text{indiv. Gasgleichung Wasserdampf}$$

$$\rho_d = \frac{p - E_w(t)}{R_d T} \quad \text{indiv. Gasgleichung trockener Luft}$$

$$r_w = \frac{R_d}{R_w} \frac{E_w(t)}{p - E_w(t)}$$

$$r_w = 0.622 \frac{E_w(t)}{p - E_w(t)}$$

$E_w(t)$ ist im Nenner klein gegenüber p

$$r_w \approx 0.622 \frac{E_w(t)}{p}$$

m_{sw} : Masse des gesättigten Wasserdampfes [kg]

V : Volumen [m^3]

ρ_d : Dichte trockener Luft [$kg \text{ m}^{-3}$]

R_w : Individuelle Gaskonstante von Wasserdampf;
 $R_w = 461.51 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

R_d : Individuelle Gaskonstante von trockener Luft;
 $R_d = 287.05 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

m_d : Masse trockener Luft [kg]

ρ_{sw} : Dichte des gesättigten Wasserdampfes [$kg \text{ m}^{-3}$]

p : Luftdruck [hPa]

T : Temperatur [K]

$E_w(t)$: Sättigungsdampfdruck über flüssigem Wasser als Funktion der Temperatur [hPa]

Das Sättigungsmischungsverhältnis r_w ist eine Funktion des Sättigungsdampfdruckes $E_w(t)$ und des Luftdruckes p . Herrscht Wasserdampfsättigung in Bezug auf die flüssige Phase, ist der Sättigungsdampfdruck $E_w(t)$ genau so groß wie der aktuelle Dampfdruck $e(t_d)$, d.h. $E_w(t) = e(t_d)$, so dass auch Temperatur t und Taupunkt t_d den gleichen Wert zeigen.

Wenn der Luftdruck p , der Taupunkt t_d und damit der Dampfdruck $e(t_d)$ bekannt sind, lässt sich deshalb mit den Kurvenscharen von r_w das Mischungsverhältnis r aus dem Stüvedia-gramm graphisch bestimmen.

Weil das Mischungsverhältnis r von feuchter Luft (s. Tab. 6) bei trockenadiabatischen Prozessen konstant bleibt - es ändert sich nicht bei Vorgängen, die weder Kondensation noch Verdunstung beinhalten - geben die Vorgangskurven des Sättigungsmischungsverhältnisses r_w die Taupunktsänderung t_d eines ungesättigten Luftpaketes bei Vertikalbewegungen an.

5.3 Feucht- oder Sättigungsadiabaten

Wird ein feuchtes Luftquantum in der Troposphäre gehoben, so kühlt es sich beim Aufstieg trockenadiabatisch um $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ pro 100 m ab, das Mischungsverhältnis r ändert sich jedoch dabei nicht. Erreicht das Luftpaket dabei eine Höhe, in der Wasserdampfsättigung eintritt, Kondensationsniveau genannt, dann kondensiert bei weiterer Hebung der überschüssige Wasserdampf fortlaufend zu Wolkenröpfchen, so dass latente Wärme L (s. 2.1.5) freigesetzt wird.

Wasserdampfgehalt von Luftpaketen (Tab. 6)

Begriff	Definition	Relative Luftfeuchte
trockene Luft (Luftpaket)	Luft, die keinen Wasserdampf enthält	$U = 0\%$
feuchte Luft (Luftpaket)	Gasgemisch aus trockener Luft und ungesättigtem Wasserdampf	$0 < U < 100\%$
gesättigte Luft (Luftpaket)	Gasgemisch aus trockener Luft und gesättigtem Wasserdampf, wird auch als Wolkenluft bezeichnet	$U = 100\%$

Die Abkühlung eines gesättigten Luftpaketes bei einem Hebungsprozess bzw. die Erwärmung beim Absinken ist um den Betrag der freiwerdenden Kondensations- oder der benötigten Verdunstungswärme geringer als beim trockenadiabatischen Prozess. Dieser Vorgang heißt deshalb sublimationsadiabatischer Prozess bei Sublimation oder kondensationsadiabatischer Prozess bei Kondensation.

Weil in der Troposphäre die Eisbildung überwiegend über das Tröpfchenstadium stattfindet - Wassertröpfchen beginnen meist erst zu gefrieren, wenn sie durch Aufwärtsbewegungen in höhere Wolkenregionen mit Temperaturen unter $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ transportiert werden - wird der sublimationsadiabatische Vorgang vernachlässigt, so dass die thermodynamischen Diagrammpapiere nur Kondensationsadiabaten beinhalten, die auch als "Feuchtadiabaten" bezeichnet werden. Dieser kondensations- oder feuchtadiabatische Prozess kann als adiabatisch für das gesamte Wolkenluftpaket angesehen werden, aber er ist nicht adiabatisch, wenn es in seine einzelnen Bestandteile zerlegt wird, die dann als trockene Luft, gesättigter Wasserdampf und Kondensationsprodukte thermodynamisch gesondert zu betrachten sind. Im thermodynamischen Diagrammpapier lässt sich der kondensations- oder feuchtadiabatische Prozess eines Wolkenluftpaketes oder gesättigten Luftquantums allerdings nur näherungsweise in seinen beiden extremsten Formen, nämlich als reversibler oder irreversibler feuchtadiabatischer Prozess, darstellen.

In der Natur würde der reversible feuchtadiabatische Vorgang genau genommen bedeuten, dass zwar Wolkenbildung zustande käme, aber kein Niederschlag ausfiele, und der irreversible Prozess hätte zur Folge, dass sich zwar Niederschlag bilden würde, aber keine Wolke sichtbar wäre. Die tatsächlich in der Atmosphäre ablaufenden wolkenphysikalischen Vorgänge liegen deshalb irgendwo zwischen diesen beiden extremen theoretischen Vorstellungen. Sie ermöglichen es aber dem meteorologischen Nutzer, troposphärische Prozesse mit einer für die Praxis ausreichenden Genauigkeit im thermodynamischen Diagrammpapier nachzuvollziehen.



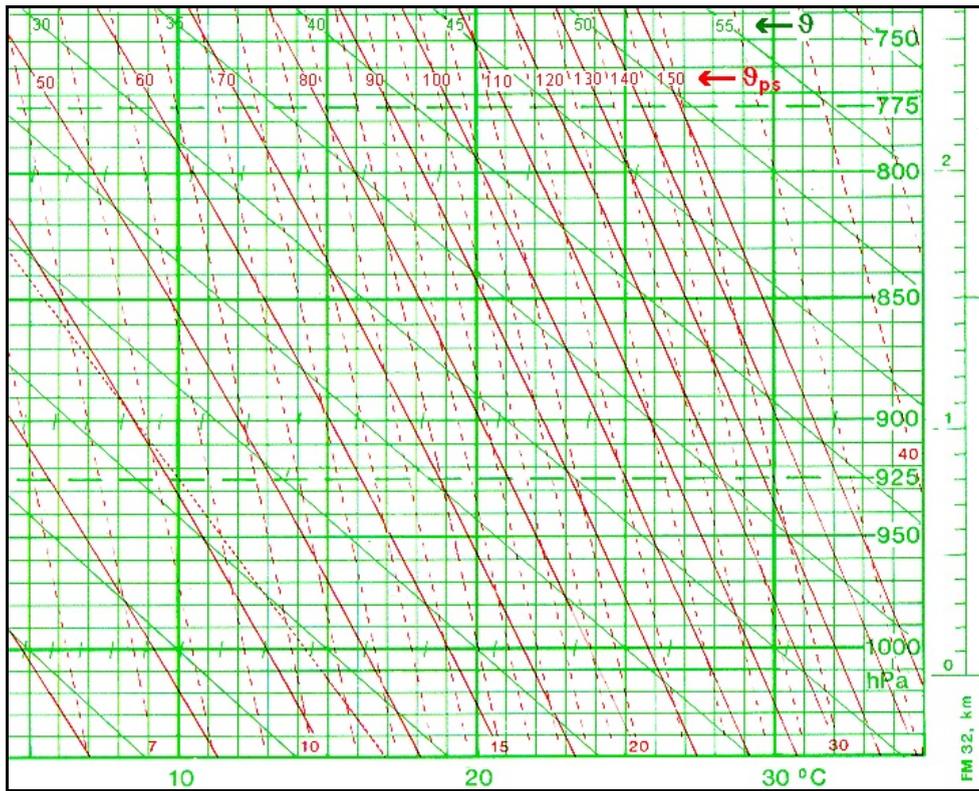
5.3.1 Irreversibler feuchtadiabatischer Prozess

Bei diesem Prozess fällt bei Druckabnahme der kondensierte Wasserdampf sofort aus, wobei die freiwerdende Kondensationswärme L dabei größtenteils - nur ein kleiner Teil wird dem Luftquantum mit dem ausfallenden Wasser entzogen - im Luftpaket verbleibt.

Dadurch ändern sich natürlich die Masse und die Zusammensetzung des Wolkenluftpaketes, so dass dieser Ablauf deshalb genau genommen nicht mehr adiabatisch ist und sich infolge des bereits ausgefallenen Wassers auch nicht mehr umkehren lässt. Allerdings wird nur wenig Wärme durch die ausfallenden Kondensationsprodukte abtransportiert, so dass der Wärmeverlust gering bleibt. Jedoch streng theoretisch gesehen handelt es sich dabei nicht mehr um einen adiabatischen Prozess, so dass Fachleute auch von einem pseudo-adiabatischen Vorgang sprechen und die Feuchtadiabaten als Pseudoadiabaten bezeichnen. Bei diesen irreversiblen pseudoadiabatischen Prozessen bleibt die Entropie s nicht konstant, sondern nimmt zu.

Die tatsächlich in der Troposphäre ablaufenden wolkenphysikalischen Vorgänge sind meist zwischen diesen beiden Extremfällen des reversiblen und irreversiblen feuchtadiabatischen Prozesses anzusiedeln, weil ein Teil der Kondensationsprodukte bzw. der bei tieferen Temperaturen gefrorenen und dann durch Sublimation gewachsenen Teilchen als flüssige bzw. feste Virga-Erscheinung oder als Niederschlag ausfällt, während der Rest als Wolke schwebend erhalten bleibt. Manchmal löst sich aber eine Wolke durch das Ausfallen der schwereren Partikel vollständig auf, so wie es ab und zu beim *Alto cumulus castellanus* oder *floccus* beobachtet werden kann. Zurück bleiben dann nur Fallstreifen (*virga*) aus sehr langsam absinkenden Eiskristallen.

Sättigungs-, Pseudo- oder Feuchtadiabaten im Stüvediagramm (Abb. 7)



- Isobaren**
Grüne ausgezogene, waagrecht verlaufende Linien
- Isothermen**
Grüne ausgezogene, senkrecht verlaufende Linien
- Trockenadiabaten**
Grüne ausgezogene, von rechts unten nach links oben verlaufende Linien
- Feuchtadiabaten**
Sättigungs- oder Pseudoadiabaten; rote ausgezogene, von rechts unten nach links oben verlaufende Kurven
- Sättigungsmischungsverhältnis**
Nahezu geradlinig verlaufende, rot gestrichelte Linien, die schwach gegen die tieferen Temperaturen geneigt sind.

Rote Zahlen oben : Pseudo(äquivalent)potentielle Temperatur Θ_{ps} [°C]
Grüne Zahlen oben : Potentielle Temperatur Θ [°C]

5.3.1.1 Pseudo-(äquivalent)potentielle Temperatur Θ_{ps}

Die pseudo-äquivalentpotentielle oder abgekürzt pseudopotentielle Temperatur Θ_{ps} ist die Temperatur, die ein feuchtes Luftpaket annähme, wenn es trockenadiabatisch vom Bodendruckniveau bis zum Hebungscondensationsniveau HKN und anschließend bei ständiger Kondensation und unter permanentem Verlust an Flüssigwasser weiter gehoben werden würde, bis der gesamte Wasserdampf kondensiert und ausgefallen wäre und es danach wieder trockenadiabatisch auf 1000 hPa absänke. Der Hebungsprozess hätte dabei auf der irreversiblen Feuchtadiabate bzw. Pseudoadiabate nach G. Stüve stattzufinden.

In der aerologischen Praxis werden die reversiblen mit den irreversiblen Feuchtadiabaten gleichgesetzt und im Stüvediagramm mit der potentiellen Temperatur Θ derjenigen Trockenadiabate beziffert, der sie sich bei tiefen Temperaturen und niedrigem Druck asymptotisch nähern.

Pseudopotentielle Temperatur Θ_{ps} (Form. 35)

$$\Theta_{ps} = T_{HKN} \left(\frac{1000}{p_{HKN}} \right)^{\frac{R_d}{c_p}} \left(1 + 1.604 \frac{R_d}{c_p} r_{HKN} \cdot 10^{-3} \right) e^{\frac{r_{HKN} \cdot 10^{-3} L}{c_p T}} \quad [K]$$

$$\Delta \Theta_{ps} = (0.0117 (t_{HKN} + 70))^{8.8} \quad \text{Korrekturfaktor}$$

$$\Theta_{ps} = \Theta_{ps} + \Delta \Theta_{ps}$$

- Θ_{ps} : Pseudopotentielle oder pseudo-äquivalentpotentielle Temperatur [K]
- T_{HKN} : Temperatur im Hebungskondensationsniveau HKN [K]
- p_{HKN} : Luftdruck im Hebungskondensationsniveau HKN [hPa]
- c_p : Spezifische Wärmekapazität trockener Luft bei konstantem Druck; $c_p = 1.00482 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- R_d : Individuelle Gaskonstante von trockener Luft; $R_d = 0.28705 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- r_{HKN} : Mischungsverhältnis im Hebungskondensationsniveau [g kg^{-1}]
- L : Latente Wärme; $L = 2501 - 2.33 t_{HKN}$ [kJ kg^{-1}] (s. Form. 6)
- e : Basis des natürlichen Logarithmus; $e = 2.71828$
- t_{HKN} : Temperatur im Hebungskondensationsniveau [$^{\circ}\text{C}$]

Pseudopotentielle Temperatur Θ_{ps} : Temperatur, die ein feuchtes Luftpaket annähme, wenn es vom Bodendruckniveau trockenadiabatisch bis zum Hebungskondensationsniveau HKN und anschließend bei ständiger Kondensation des Wasserdampfes und unter permanentem Verlust an Flüssigwasser weiter gehoben werden würde, bis der gesamte Wasserdampf kondensiert und ausgefallen wäre und es danach wieder trockenadiabatisch auf 1000 hPa absänke.

5.3.1.2 Feuchtadiabatischer Temperaturgradient γ_w

Die Feucht- oder Sättigungsadiabaten sind Vorgangskurven, welche die Temperaturänderung gesättigter Luft bzw. von Wolkenluft angeben, wenn sich der Druck ändert. Weil der Betrag der Kondensations- bzw. Verdunstungswärme von der Menge des kondensierenden Wasserdampfes oder verdunstenden Wassers abhängt, ist die Temperaturänderung gesättigter Luft mit der Höhe nicht konstant. Sie beträgt etwa 0.3 bis 1.0 K pro 100 m und wird als feuchtadiabatischer Temperaturgradient γ_w bezeichnet. Um diese Größe mathematisch zu erfassen, wurde der Faktor β eingeführt (s. Form. 36). Der feuchtadiabatische Temperaturgradient γ_w ergibt sich dann als Produkt von γ_d und β .

Weil ein warmes Wolkenluftpaket maximal wesentlich mehr Wasserdampf als ein kaltes enthält, wird bei einem Kondensationsprozess bei hohen Temperaturen bedeutend mehr latente Wärme bei konstantem Luftdruck freigesetzt als bei tiefen (s. Tab. 7). Daraus folgt, dass der Faktor β bei hohen Temperaturen klein ist und sich mit sinkender Temperatur immer mehr γ_d angleicht. Dieser Zusammenhang zeigt sich im Stüvediagramm dadurch, dass sich die Feuchtadiabaten mit zunehmender Höhe (Luftdruck und Temperatur nehmen ab) immer mehr den Trockenadiabaten annähern (s. Tab. 7).

Feuchtadiabatischer Temperaturgradient γ_w : Temperaturänderung eines gesättigten Luftpaketes bei Vertikalbewegungen $\Rightarrow \gamma_w \approx 0.3 - 1 \text{ K pro } 100 \text{ m}$

Feuchtadiabatischer Temperaturgradient γ_w (Form. 36)

$$\gamma_w = \gamma_d \beta = \gamma_d \frac{p_{HKN} + 0.622 \frac{L_{HKN} E_w(t_{HKN})}{R_d T_{HKN}}}{p_{HKN} + 0.622 \frac{L_{HKN}}{c_p} \frac{C_2 C_3}{(C_3 + t_{HKN})^2} E_w(t_{HKN})}$$

- γ_w : Feuchtadiabatischer Temperaturgradient [K/100 m]
- p : Luftdruck [hPa]
- p_{HKN} : Luftdruck im HKN [hPa]
- T_{HKN} : Temperatur im HKN [K]
- $E_w(t_{HKN})$: Sättigungsdampfdruck über Wasser im HKN [hPa]
- R_d : Individuelle Gaskonstante trockener Luft; $R_d = 287.05 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$
- c_p : Spezifische Wärmekapazität trockener Luft; $c_p = 1005 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$
- 0.622 : R_d/R_w ; $R_w = 461.51 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$; individuelle Gaskonstante von Wasserdampf
- L_{HKN} : Latente Wärme bei Verdunstung/Kondensation im HKN [J kg⁻¹] (s. Form. 6)
- t_{HKN} : Temperatur im HKN [°C]
- C_i : Konstanten für flüssiges Wasser (Magnus-Formel)
 bei $t < 0 \text{ °C}$ $\Rightarrow C_2 = 17.08085$ für $t \geq 0 \text{ °C}$; $C_2 = 17.84362$
 bei $t < 0 \text{ °C}$ $\Rightarrow C_3 = 234.175 \text{ °C}$ für $t \geq 0 \text{ °C}$; $C_3 = 245.425 \text{ °C}$
- β : Faktor, der die freiwerdende Kondensations- oder benötigte Verdunstungswärme bei Vertikalbewegungen eines gesättigten Luftpaketes in der Troposphäre berücksichtigt

Feuchtadiabatischer Temperaturgradient γ_w (Tab. 7)

Temperatur [°C]	Feuchtadiabatischer Temperaturgradient γ_w [K/100 m]	
	in 1000 hPa	in 500 hPa
30	0.36	–
10	0.56	0.42
0	0.69	0.54
-20	0.88	0.84

5.3.2 Reversibler feuchtadiabatischer Prozess

Beim reversiblen kondensationsadiabatischen bzw. feuchtadiabatischen Prozess wird angenommen, dass das gesamte kondensierte Wasser bei einem Hebungsprozess im aufsteigenden Luftpaket verbleibt und beim Absinken in das Ausgangsniveau wieder vollständig verdunstet. Mit dem Faktor β aus der Gleichung von γ_w (Form. 36), der bei freiwerdender Kondensationswärme L kleiner als 1 ist, wird die latente Wärme formelmäßig berücksichtigt und die Adiabatengleichung (Form. 29) lässt sich damit in die Beziehung der reversiblen Kondensationsadiabaten umformen (s. Form. 37).

Reversible Feuchtadiabaten (Form. 37)

$$T = T_{HKN} \left(\frac{p}{p_{HKN}} \right)^{\beta \frac{R_d}{c_p}}$$

- p : Luftdruck [hPa]
- T : Temperatur [K]
- p_{HKN} : Luftdruck im Hebungskondensationsniveau HKN [hPa]
- T_{HKN} : Temperatur im HKN [K]
- R_d : Individuelle Gaskonstante trockener Luft; $R_d = 287.05 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$
- c_p : Spezifische Wärmekapazität trockener Luft; $c_p = 1005 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$
- β : Faktor, der die freiwerdende Kondensations- oder benötigte Verdunstungswärme bei Vertikalbewegungen eines gesättigten Luftpaketes in der Troposphäre berücksichtigt (s. Form. 36)

Die reversible Feuchtadiabate ist eine Feuchtsentrope und der feuchtadiabatische Prozess ein feuchtsentroper Ablauf.

5.3.2.1 Feuchtpotentielle Temperatur Θ_{sw}

Setzt man in der Gleichung der reversiblen Feuchtadiabaten (Form. 37) für $p = 1000 \text{ hPa}$ und bezeichnet die zugehörige Temperatur T als feuchtpotentielle Temperatur Θ_{sw} , dann ergibt sich die Gleichung von Θ_{sw} (s. Form. 38).

Feuchtpotentielle Temperatur Θ_{sw} (Form. 38)

$$\frac{T}{T_{HKN}} = \left(\frac{p}{p_{HKN}} \right)^{\beta \frac{R_d}{c_p}}$$

$$\Theta_{sw} = T_{HKN} \left(\frac{1000}{p_{HKN}} \right)^{\beta \frac{R_d}{c_p}} \text{ [K]}$$

- Θ_{sw} : Feuchtpotentielle Temperatur [K]
- T_{HKN} : Temperatur des Luftpaketes im HKN [K]
- p_{HKN} : Luftdruck [Pa] im Hebungskondensationsniveau HKN
- β : Faktor, der die freiwerdende Kondensations- oder benötigte Verdunstungswärme bei Vertikalbewegungen eines gesättigten Luftpaketes in der Troposphäre berücksichtigt (s. Form. 36)
- R_d : Individuelle Gaskonstante trockener Luft [$\text{J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$]
- c_p : Spezifische Wärmekapazität trockener Luft [$\text{J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$]

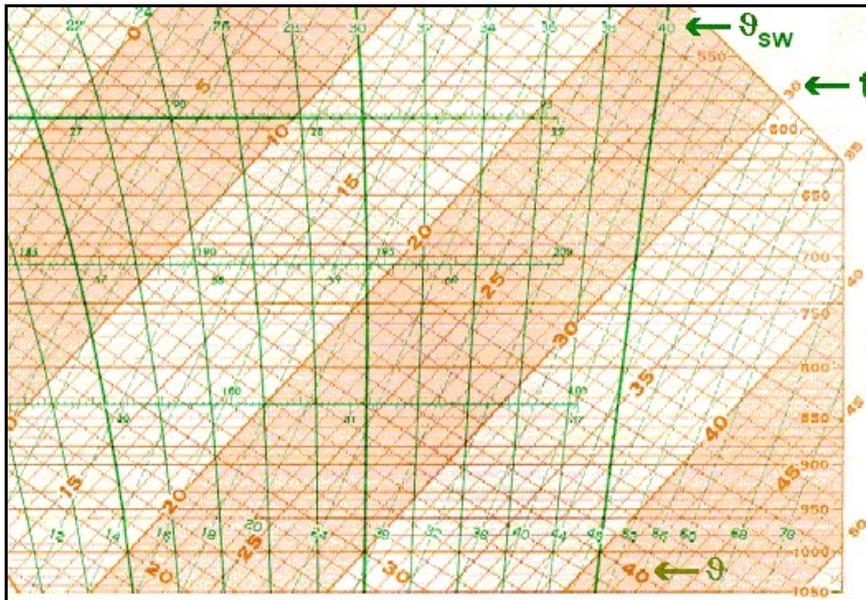
Die feuchtpotentielle Temperatur Θ_{sw} ist die Temperatur, die ein feuchtes Luftpaket mit der Temperatur T_o und dem Druck p_o annähme, wenn es trockenadiabatisch bis zum Hebungskondensationsniveau HKN aufstiege und man es anschließend feuchtadiabatisch auf 1000 hPa brächte.

Feuchtpotentielle Temperatur Θ_{sw} : Temperatur, die ein feuchtes Luftpaket annähme, wenn es trockenadiabatisch bis zum Hebungskondensationsniveau HKN aufstiege und man es anschließend feuchtadiabatisch auf 1000 hPa brächte.

5.3.2.2 Feuchtadiabaten im T, log p -Diagramm

Die Feuchtadiabaten im T, log p Diagramm des GeoInfoDBw der Bundeswehr stellen zwar wie die Kurvenscharen im Stüvediagramm Pseudoadiabaten dar, also irreversible Feuchtadiabaten, sind aber im Gegensatz zum Stüvediagramm mit der feuchtpotentiellen Temperatur Θ_{sw} beschriftet.

Sättigungs-, Pseudo- oder Feuchtadiabaten im T, log p-Diagramm (Abb. 8)



Trockenadiabaten

Leicht gekrümmte braune Linien, welche die 1000-hPa-Isobare in Abständen von je 2 °C schneiden und von rechts unten nach links oben verlaufen.

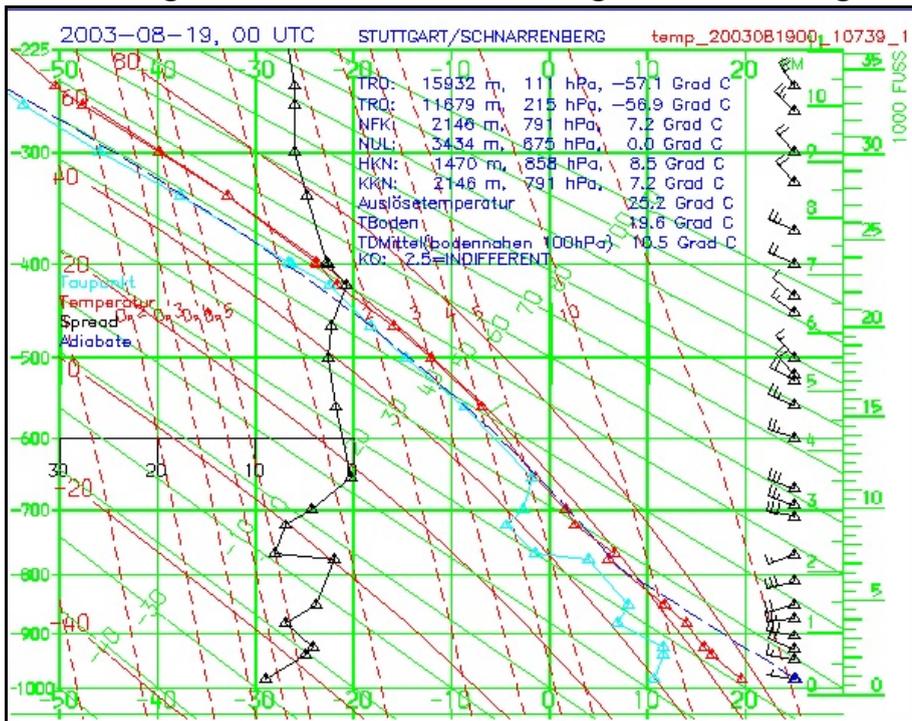
Feuchtadiabaten

Gekrümmte grüne Linien, welche die 1000-hPa-Isobare in Abständen von je 2 °C schneiden, nach oben divergieren und allmählich parallel zu den Trockenadiabaten verlaufen.

Sättigungsmischungsverhältnis

Nahezu geradlinig verlaufende, grün gestrichelte Linien, die von links unten nach rechts oben verlaufen.

Darstellung eines Radiosondenaufstieges im Stüvediagramm (Abb. 9)



Isobaren

Grüne ausgezogene und waagrecht verlaufende Linien.

Isothermen

Grüne ausgezogene und senkrecht verlaufende Linien.

Trockenadiabaten

Grüne ausgezogene Linien, von rechts unten nach links oben verlaufend

Linie gleichen Sättigungsmischungsverhältnis

Rot gestrichelte Linien

Temperatur-/Druckkurve

Rote Kurve

Taupunkts-/Druckkurve

Hellblaue Kurve

Taupunktsdifferenz-/Druckkurve

Schwarze Kurve

Windpfeile

Windgeschwindigkeit in Knoten (1 Fieder Δ 10 kn, $\frac{1}{2}$ Fieder Δ 5kn)

6. Gleichungen des Stüvedigramms

Täglich werden an mehreren hundert Orten der Erde Luftdruck, Lufttemperatur, Luftfeuchte und Wind bis in Höhen von etwa 30 km bestimmt. Diese besonders für die synoptische Meteorologie und Flugmeteorologie lassen sich im operationellen Dienst im Stüvedia-gramm anschaulich darstellen und mit Hilfe der im Diagramm vorhandenen Kurvenscharen, Hilfsskalen und -größen rasch auswerten. Einige dieser Gleichungen werden hier nachfolgend vorgestellt.

6.1 Trockenadiabaten

Wie in 5.1.1 bereits aufgeführt, gibt die Gleichung der Trockenadiabaten an, welche Temperatur T ein trockenes oder feuchtes Luftpaket (s. S. 31. Tab. 6) mit den Anfangswerten T_o und p_o annimmt, wenn es adiabatisch unter den Druck p gebracht wird.

Trockenadiabaten (Form. 39)

$$T = T_o \left(\frac{p}{p_o} \right)^{\frac{R_d}{c_p}} [K]$$

T : Temperatur [K]

T_o : Ausgangstemperatur [K]

p : Luftdruck [hPa]

p_o : Ausgangsdruck [hPa]

R_d : Individuelle Gaskonstante trockener Luft; $R_d = 287.05 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

c_p : Spezifische Wärmekapazität trockener Luft; $c_p = 1005 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

6.2 Feuchtadiabaten

Die Gleichung der Pseudoadiabaten (irreversibler feuchtadiabatischer Prozess) liegt nicht wie die der Trockenadiabaten als algebraische Beziehung (s. Form. 40) vor, sondern sie ist transzendent und deshalb formelmäßig nicht bestimmbar. Als Funktion der beiden Variablen p_{HKN} und T_{HKN} lassen sich deshalb die Feuchtadiabaten nur numerisch durch Iteration, d.h. einem schrittweisen Rechenverfahren zur Annäherung an die exakte Lösung, ermitteln. Für den Partialdruck p_d der trockenen Luft wird näherungsweise der Druck p_{HKN} eingesetzt, der Luftdruck im HKN.

Feuchtadiabaten (Form. 40)

$$-R_d \cdot \ln p_{HKN} + (c_p c_{wa} m_{wa}) \ln T_{HKN} + \frac{L_{HKN} \cdot 0.622 \cdot E_w(t_{HKN})}{p_{HKN} T_{HKN}} = konst.$$

- R_d : Individuelle Gaskonstante von trockener Luft; $R_d = 287.05 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
- p_{HKN} : Luftdruck im Hebungskondensationsniveau HKN [hPa]
- c_d : Spez. Wärmekapazität trockener Luft bei konstantem Druck; $c_p = 1005 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$
- c_{wa} : Spezifische Wärmekapazität von flüssigem Wasser; $c_{wa} = 4186.8 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$
- m_{wa} : Gesamtmasse des Stoffes Wassers (flüssiges Wasser + Wasserdampf);
 $m_{wa} - r_{HKN} = 0$; r_{HKN} Mischungsverhältnis im HKN oder Ausgangsniveau
- T_{HKN} : Temperatur im Hebungskondensationsniveau HKN [K]
- L_{HKN} : Latente Wärme bei Kondensation des Wasserdampfes im HKN; $L = 10^3 (2501 - 2.33 t_{HKN}) \text{ [J kg}^{-1}]$
- 0.622 : Verhältnis der individuellen Gaskonstanten von trockener Luft und Wasserdampf; $R_w/R_d = 0.622$
- $E_w(t_{HKN})$: Sättigungsdampfdruck über Wasser als Funktion der Temperatur im HKN [hPa]



Regen ohne Wolke

Die Annahme, dass kein flüssiges Wasser vorhanden ist, weil es beim irreversiblen feuchtadiabatischen Prozess nach der Kondensation des überschüssigen Wasserdampfes sofort ausfällt, wird mathematisch durch den Term " $m_{wa} - r_{HKN} = 0$ bzw. $m_{wa} = r_{HKN}$ " ausgedrückt. Wäre das in der Natur der Fall, könnte man die Wolke nicht sehen.

6.3 Linien gleichen Sättigungsmischungsverhältnisses

Das Sättigungsmischungsverhältnis im Stüvediagramm gibt an, wie viel Gramm Wasserdampf maximal bei gegebener Temperatur und gegebenem Luftdruck mit einem Kilogramm trockener Luft in derselben Volumeneinheit gemischt sein können. Diese Angabe entspricht dem Produkt $r_w \cdot 1000$, weil die Zahlenwerte sonst für manuelle Auswertungen zu klein und für die Beschriftung der Vorgangskurven im Diagramm zu lang wären.

Das Sättigungsmischungsverhältnis r_w ist eine Größe, die eine Aussage über den maximalen Wasserdampfgehalt eines feuchten Luftpaket erlaubt und sich als Massen- oder Dichteverhältnis des gesättigten Wasserdampfes und der trockenen Luft berechnen lässt (s. auch Gleichung 34, Punkt 5.2).

Sättigungsmischungsverhältnis im Stüvediagramm (Form. 41)

$$r_w = \left(0.622 \frac{E_w(t)}{p - E_w(t)} \right) 10^3$$

- r_w : Sättigungsmischungsverhältnis [g kg^{-1}]
- 0.622 : Verhältnis der individuellen Gaskonstanten von trockener Luft und Wasserdampf; $R_w/R_d = 0.622$
- $E_w(t)$: Sättigungsdampfdruck über Wasser [hPa]
- p : Luftdruck [hPa]

Der Faktor 10^3 wurde eingeführt, weil die Zahlenwerte sonst für manuelle Auswertungen zu klein und für die Beschriftung der Vorgangskurven im Diagramm zu lang wären. Die Angabe von r_w erfolgt damit in Gramm Wasserdampf pro Kilogramm trockener Luft.

6.4 Virtueller Temperaturzuschlag (U = 100 %)

Der virtuelle Temperaturzuschlag bei Wasserdampfsättigung in Bezug auf die flüssige Phase bzw. bei einer relativen Luftfeuchte U von U = 100 % stellt den Zuschlag dar, welcher der Temperatur trockener Luft erteilt werden muss, damit diese bei gleichem Druck p die gleiche Dichte ρ aufweist wie gesättigte Luft.

Sättigungsmischungsverhältnis (Form. 42)

$$T_{vz100\%} \approx 0.378 T \frac{E_w(t)}{p}$$

$T_{vz100\%}$: Virtueller Temperaturzuschlag für U = 100 %
 T : Temperatur [K]
 $E_w(T)$: Sättigungsdampfdruck über Wasser [hPa]
 p : Luftdruck [hPa]

6.5 ICAO-Standardatmosphäre

Die ICAO (International civil aviation organization) hat für die Luftfahrt eine Normatmosphäre (ISA ↔ ICAO-Standardatmosphäre) definiert, die eine lineare Abnahme bis 11 km Höhe (polytrope Atmosphäre), von 11 bis 20 km einen isothermen Verlauf der Temperatur zeigt und keinen Wasserdampf enthält. Die Obergrenze der ISA wurde mit der 3. Auflage des Manual of the ICAO Standard Atmosphere (Doc 7488) von 32 auf 80 km Höhe erweitert.

6.5.1 Berechnung des Luftdruckes

6.5.1.1 Polytrope Atmosphäre (bis 11 km Höhe)

Als polytrope oder vielfach anpassungsfähige Schicht wird die Troposphäre bezeichnet, weil sie in der ISA die vertikale Zustandsänderung von trockener Luft bis 11 km Höhe bei linearer Temperaturabnahme und keinem Wärmeaustausch mit der Umgebung beschreibt.

ISA-Luftdruck bis 11 km Höhe (Form. 43)

$$p_p = 1013.25 \left(1 + \frac{\gamma H_p}{288.15} \right)^{\frac{-g_0}{R_d \cdot \gamma}} \quad [hPa]$$

p_p : Luftdruck der polytropen Atmosphäre in der Höhe H_p [hPa]
 H_p : Geopotentielle Höhe [m]; $H_p \leq 11000$ m;
 $H_p = \Phi/g_0$; Φ ↔ Geopotential [J kg⁻¹]; Maßzahlen von H_p entsprechen denen des geopotentiellen Standardmeters m'

1013.25 : Luftdruck der ICAO-Standardatmosphäre in NN [hPa]
 288.15 : Lufttemperatur der ICAO-Standardatmosphäre in NN [K]
 γ : Temperaturgradient der ICAO-Standardatmosphäre bis $H_p = 11$ km; $\gamma = -0.0065$ K m⁻¹
 g_0 : Norm-Erdbeschleunigung der ICAO-Standardatmosphäre; $g_0 = 9.80665$ m s⁻²
 R_d : Individuelle Gaskonstante von trockener Luft; $R_d = 287.05287$ J kg⁻¹ K⁻¹

6.5.1.2 Isotherme Atmosphäre (11 - 20 km Höhe)

Von 11 bis 20 km ändert sich die Lufttemperatur der ISA nicht und beträgt -56.5 °C oder 226.32 K.

ISA-Luftdruck von 11 bis 20 km Höhe (Form. 44)

$$p_i = 226.32 \cdot e^{\frac{-g_o \cdot (H_p - 11000)}{R_d \cdot 216.65}} \quad [\text{hPa}]$$

- p_i : Luftdruck der isothermen Atmosphäre in der Höhe H_p von $H_p = 11000$ km bis $H_p \leq 20000$ m [hPa]
- 226.32 : Luftdruck in der ISA in der Höhe H_p von $H_p = 11$ km [hPa]
- 216.65 : Lufttemperatur in der ISA in $H_i = 11$ km [K]
- H_p : Geopotentielle Höhe [m]; $11000 \geq H_p \leq 20000$ m
- e : Basis des natürlichen Logarithmus
- g_o : Norm-Erdbeschleunigung der ISA; $g_o = 9.80665$ m s⁻²
- R_d : Individuelle Gaskonstante trockener Luft; $R_d = 287.05287$ J kg⁻¹ K⁻¹

6.5.2 Berechnung der Luftdrucktemperatur

6.5.2.1 Polytrope Atmosphäre (bis 11 km Höhe)

Die Temperatur der Standardatmosphäre bis 11 km Höhe (Troposphäre) als Funktion des Luftdruckes lässt sich wie folgt berechnen:

ISA-Lufttemperatur bis 11 km Höhe (Form. 45)

$$T(p_1) = T_o + \gamma z$$

$$z = \frac{R_d}{g} T_m \cdot \ln \frac{p_o}{p_1}$$

$$T_m = \frac{T_o + \gamma z}{2}$$

$$T(p_1) = T_o \frac{1 + \frac{R_d \gamma}{2 g} \cdot \ln \frac{p_1}{p_o}}{1 - \frac{R_d \gamma}{2 g} \cdot \ln \frac{p_1}{p_o}}$$

- $T(p_1)$: Temperatur im Druckniveau p_1 [K]
- T_o : Standardtemperatur in NN; $p_o = 288.15$ K
- γ : Vertikaler Standardtemperaturgradient;
 $\gamma = 0.0065$ K m⁻¹
- z : Schichtdicke als geopotentielle Höhe H_p [m]; die Maßzahlen von H_p entsprechen denen des geopotentiellen Standardmeters m' [m]
- R_d : Individuelle Gaskonstante von trockener Luft;
 $R_d = 287.05$ [J kg⁻¹ K⁻¹]
- g : Erdbeschleunigung; $g = 9.80665$ m s⁻²
- T_m : Schichtmitteltemperatur der Schichtdicke z [K]
- p_o : Standardluftdruck in NN; $p_o = 1013.25$ hPa
- p_1 : Luftdruck [hPa]

6.5.2.2 Isotherme Atmosphäre (11 - 20 km Höhe)

Die vertikale Temperaturgradient in der isothermen ISA von 11 bis 20 km Höhe beträgt 0 K, so dass gilt: $T(p_1) = T(p_{Tp})$

- $T(p_1)$: Temperatur im Druckniveau p_1 [K]
- $T(p_{Tp})$: Temperatur im Druckniveau Tropopause [K]

Literaturverzeichnis

- [1] Bohr, P. : Lernunterlagen für den Physikunterricht an der WDS;
Neustadt/W 1976/1977
- [2] DWD : Leitfaden Nr. 1 für die Ausbildung im Deutschen Wetterdienst,
'Allgemeine Meteorologie'; DWD 1987
- [3] DWD : Aspirations-Psychrometer-Tafeln;
1976
- [4] Haltiner and Martin : Dynamical and Physical Meteorology;
McGraw-Hill Book Company, 1957
- [5] Hering, E./Martin, R.
/Stohrer, M. : Physik für Ingenieure, 3. Auflage;
VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf 1989
- [6] Höfling, O. : Physik, 12. Auflage;
Ferd. Dummlers Verlag, Bonn 1979
- [7] ICAO Doc 74488/3 : Manual of the ICAO Standard Atmosphere;
Third Edition, 1993
- [8] Pelz, J. : Zusammenfassung häufig benötigter Gleichungen und Konstanten;
Beilage zur Berliner Wetterkarte, FU Berlin; 135/72, SO 40/72
- [9] Wallbaum, F., Prof. Dr. : Einführung in die Meteorologie Teil 1; DWD, BTZ Langen, FH Bund
Lehrunterlage Stand 1998
- [10] Wallbaum, F., Prof. Dr. : Algebra I; DWD, BTZ Langen, FH Bund
Lehrunterlage für den Mathematikunterricht
- [11] Wikipedia : Thermische Zustandsgleichung idealer Gase;
http://de.wikipedia.org/wiki/Allgemeine_Gasgleichung
(Abruf 16.05.2006)
- [12] WMO : Compendium Of Meteorology; Volume I, Physical Meteorology;
WMO-No. 364, Genf 1973